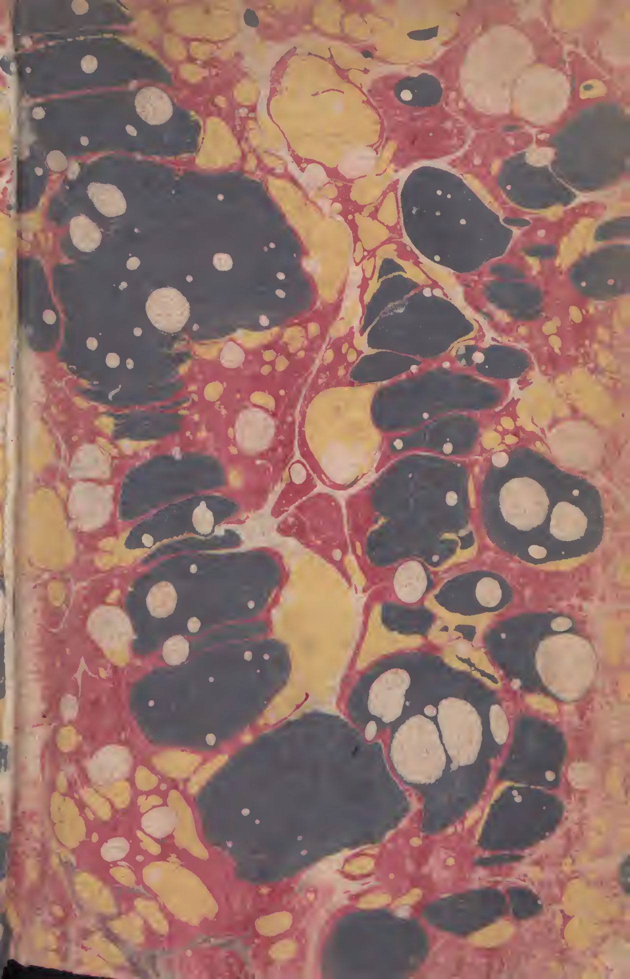
...IONI

...CANI



INSTITUZIONI
FISICO-MECCANICHE
Per le Regie Scuole d' Artiglieria, e Fortificazione

DEDICATE

A SUA SACRA

REALE MAESTÀ

DA ALESSANDRO VITTORIO PAPACINO D' ANTONJ

Direttore Generale delle medesime.

TOMO PRIMO.





TORINO MDCCLXXIII.

NELLA STAMPERIA REALE.

SIRE

Non mi ſarebbe poſſibile di agguagliar con parole il giubbilo, che mi ridonda dall' onore di preſentare a

V. S. R. M. *queste Istituzioni Fisico-meccaniche, continenti la base di quanto appartiene alla scienza militare propria degli Artiglieri, e degl' Ingegneri. Di fatto a niuno meglio, nè con più diritto dovevano esse venir consecrate, che all' augusto nome di* V. M., *la quale sin da' più teneri anni se ne compiacque, e vi si volle poi in età più adulta distinguere, ben conoscendone l' utilità, e quanto contribuiscano a mantenere stabile, e ferma la sicurezza de' popoli. Il Re* Carlo Emanuele *di gloriosa ricordanza, Padre della* M. V., *gettonne già i fondamenti collo stabilimento delle Scuole Militari, in cui, cominciandosi dall' insegnamento delle Matematiche, quasi chiave delle restanti scienze, venisse in*

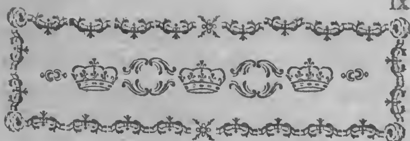
ſeguito la Gioventù iſtrutta nella Fiſica, nella Meccanica, e nelle altre cognizioni conducenti a formare abili Architetti, e Artiglieri. Ma trovandoſi queſto ſalutare provvedimento riſtretto a un dato numero di perſone, ne rimaneva in proporzione limitato il vantaggio, che ne riſultava al pubblico. Ora però l'amore, che porta V. M. *a' ſuoi ſudditi (non contento di aver loro fin da' primi giorni del fauſto di lei avvenimento alla Corona procacciati immenſi benefizj, e di averli preſervati dagli imminenti diſagi, cui la penuria de' viveri, ſperimentataſi prima in quaſi tutta l'Europa, e quindi anche in Piemonte, gli aveva eſpoſti) non può più oltre comportare, che l'utilità dell'additata iſtituzione reſti riſtretta fra i*

confini di poco numero di persone ammesse alle suddette Scuole ; ma con essersi degnata di permettere la stampa del presente Trattato, intende, che si diffonda su tutti, e ciò, ch' era di pochi proprio, e quasi privato, comune divenga, e di pubblica ragione, e profitto a chicchessia. Così foss' io pure fornito della necessaria dottrina, e sagacità, per mettere in chiara luce le divisate materie, che potrei lusingarmi di avere, almeno in parte, secondato il Real disegno della M. V. *di giovare a tutti, e vie più a coloro, che avranno l' onore di venire prescelti a servirla nelle Piazze, o in Campagna nella qualità mentovata. Ma se, non ostante l' attenzione da me posta per ben digerire, e rendere compiuta quest' opera,*

qualunque ella ſiaſi, non mi ſarà riuſcito di pienamente corriſpondervi, non rimarrà perciò, ch' io non ſupplichi la M. V. *di volerla inſieme con me ſteſſo degnare del Reale ſuo gradimento, e patrocinio; baſtando queſto, perchè venga, ſe non applaudita, certamente almeno ben accolta, ſiccome a' Regj di lei piedi proſtrato umilmente imploro, e confido.*

Di V. S. R. M.

Umiliſſimo, oſſequioſis., e obbedientiſs. ſervidore, e ſuddito
ALESSANDRO VITTORIO PAPACINO D' ANTONJ.



A' CADETTI

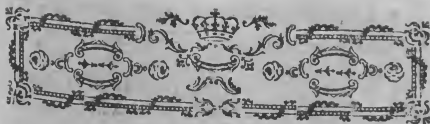
Del Reggimento Artiglieria.

Avendo le ſcienze Fiſico-Meccaniche per oggetto quanto vi ha nel Mondo, e le mutazioni, che in queſto ſuccedono, è chiaro maſſima eſſere la loro eſtenſione, e moltiſſimi i loro rami. Le Accademie, e le Scuole pubbliche ſtabilite in queſti due ultimi ſecoli in parecchie Città hanno queſte ſcienze portato innanzi per modo, che in breve tempo ſi ſono maraviglioſamente per-

fezionate alcune professioni, da cui vantaggi, e comodi indicibili agli uomini ne derivano. Nella dottrina Fisico-Meccanica consiste una parte essenzialissima delle cognizioni proprie degli Artiglieri, e degl' Ingegneri: dimodochè senza tal dottrina si riducono e gli uni, e gli altri a operare per pura, e mera pratica, la quale ha più d'una volta indotto i suoi seguaci nell' errore coll' idea di far meglio. La storia dell' origine, e de' progressi dell'Artiglieria, delle mutazioni, che di tempo in tempo si sono in essa introdotte, e delle quistioni, che nate sono frequentemente fra gli Artiglieri di diverse nazioni, dimostra con evidenza la necessità di questa dottrina. Debbonsi in queste Regie Scuole ammaestrare i giovani destinati pe' Reggimenti d' Artiglieria, e degl' Ingegneri, e quelle materie si hanno a

trattare, e insegnare, che agli uni, e agli altri appartengono. Per condurre a questo termine i giovani per una strada facile, e breve ho proccurato di comprendere in queste Instituzioni quelle fondamentali cognizioni Fisiche, e Meccaniche, le quali sono indispensabili per risolvere i problemi, che o agli uni, o agli altri, o a tutti due appartengono, e ho cercato di ordinare ogni cosa in guisa, che norma, e indirizzo si abbia per ben ragionare, e andare avanti in queste scienze, e spezialmente, perchè abbiano i Cadetti que' lumi, che necessarj sono per lo studio degli altri seguenti nostri Trattati Filosofici, i quali sono più determinatamente proprj o degli Artiglieri, o degl' Ingegneri. Sperar mi giova, che, insegnandosi a' giovani quanto comanda S. S. R. M., potranno essi con lode loro atten-

dere agli ſtudj sì teorici, che pratici, e tentare col tempo eziandio nuove ſcoperte con vantaggio proprio, e del pubblico.



DELLA FISICA.

1 La Filosofia naturale, che *Fisica* s'appella, è la scienza delle cose corporee, e materiali, avendo per oggetto il descrivere le apparenze, o sieno i fenomeni, che succedono, lo scoprirne le cause, misurarne le relazioni, e il tentare di conoscere la composizione, e il meccanismo de' corpi, e l'armonia, che passa fra i medesimi.

2 La Materia, o il Corpo è un ente solido, che ha per conseguenza trina dimensione, ed esclude qualsivoglia altra cosa dal sito, che esso occupa; questa seconda condizione serve a distinguere il corpo dallo spazio, il quale, sebbene abbia anch'esso trina dimensione, contiene però in se qualsivoglia altra cosa, anzichè egli è il ricettacolo de' corpi.

3 I noſtri ſentimenti ci avviſano, che eſiſte un numero innumerabile di corpi: queſta ſenſazione eccita nell' anima noſtra le idee di quanto in eſſi ſi trova, non eſſendo però da ſe ſola valevole a venire in cognizione dell' eſiſtenza di tali enti, e di ciò, ch' eſſi contengono, ma biſogna per ciò, che il corpo noſtro gli ſerva di mezzo; della qual coſa ne abbiamo una prova, allorchè oſſerviamo, che i ciechi nati non hanno veruna idea de' colori, nè i ſordi nati, o quelli, che per ſempre ebbero il ſenſo dell' odorato affatto ſtupido, hanno veruna idea del ſuono, o degli odori.

Tal rifleſſione ci fa conoſcere la neceſſità, in cui ſiamo, di far uſo in queſta ſcienza, prima d' ogni coſa, de' noſtri ſenſi, conſultando immediatamente la Natura, coll' eſaminare da vicino i fenomeni, ch' ella ci preſenta, e col tentare per mezzo di ſcelte, e ripetute ſperienze di ſcoprire le ſue operazioni intime, e ſecrete; onde con tale ſcrutinio ſi vengano a conoſcere i principj fondamentali della Fiſica, e le leggi immutabili, con cui ſi producono i fenomeni.

Perchè gli uomini in altri tempi in vece di considerare la Natura spacciavano le idee somministrate loro dal capriccio, la confusione, e l'errore sono stati per molti secoli il distintivo, dirò così, della Fisica, e le differenti sette de' Filosofi ad altro non servirono, se non se a fare di questa scienza una disputa continua, e un intreccio vizioso di parole; che se, lasciate le osservazioni, e le sperienze, si sono talora formati sistemi ben tessuti, questi dimostrando la meravigliosa fecondità d'ingegno de' loro inventori, ci hanno però nel tempo stesso allontanati dalla verità. Chi delle cose fisiche ha già acquistato qualche sapore, conosce, che quanto più un sistema è meglio combinato, tanto più dee essere sospetto.

4 Le notizie, che per mezzo dei sensi noi acquistiamo, sono però così imperfette, e limitate, che non possiamo con queste sole giungere a quel termine, che ragionevolmente dobbiamo prefiggerci; ma se a queste notizie noi aggiungiamo l'industria, e la ragione, allora tant' oltre ci avanziamo, specialmente quando possiamo far uso della

Geometria ſublime, che ci ſembra d'avere oltrepaſſate le forze umane; quindi è, che nella Fiſica, dopo aver acquiſtata una giuſta idea delle coſe per mezzo dell' oſſervazione, e delle ſperienze, dobbiamo poi cercare di accreſcere, e perfezionare queſte cognizioni col ragionamento.

5 Trovaſi l' uomo nel mondo materiale poſto, per così dire, in mezzo a due infiniti, che mettendo dei limiti alla ſua immaginativa, gli naſcondono la maggior parte, e la più bella inſieme delle operazioni fiſiche, e ſono queſti la vaſtità ſomma de' cieli coi gran corpi, che in eſſi s' aggirano, e gli elementi primarj della materia, che, per la loro finezza, sfuggono al ſenſo più ſuſcettibile d' impreſſione, il quale è quello della viſta, ancorchè ſia aiutato dai più acuti microſcopj, che abbia ſin' ora ſaputo inventare l' induſtria umana. Per la qual coſa debbono le noſtre prime oſſervazioni, e ſperienze cominciare dai corpi a noi più vicini, e che hanno coi ſenſi noſtri una proporzione più confacente, indi paſſare da queſti agli altri, che più immediati ſono ai primi,

è così con molta avvedutezza, e sagacità salire per una parte di grado in grado alle cose più grandi della natura, e discendere per l' altra parte alle cose più minute, e nascoste, tornando spesso a dietro su i nostri passi per riconoscere, se la strada, che battiamo, è soda, e successiva; e non chimerica, o interrotta. Se troppo lunga ci sembra tal via per poter giungere a contemplare le meravigliose bellezze della Fisica, ella è però l' unica, sicura, è la più proporzionata alle nostre forze: in fatti le opere della natura sono così recondite, e intricate, che nelle ricerche fatte eziandio nei corpi a noi più vicini, e immediati, dopo molti tentativi, molte fatiche, e gran pazienza ci accorgiamo ora d' esserci avanzati pochissimo, ora d'aver fatto vani sforzi, e ora disperiamo di svilupparne il meccanismo.

6 Nelle osservazioni, sperienze, e nei ragionamenti da esse dedotti, o si cerchi di fare qualche nuova scoperta, o di riscontrare le di già fatte da altri, convien procedere con intera libertà, vale a dire, che l' autorità degli scrittori non ci dee nè vincolare, nè restrin-

gere, affinchè per mezzo di tale libertà si possano acquistare maggiori lumi, e accrescere la certezza, e la perfezione delle notizie, che già si hanno. Dobbiamo però stare molto avvertiti di non abusare di questa libertà, facendo supposizioni in vece di ricerche, o immaginando sistemi, in vece di dedurre le nostre idee da ciò, che i sensi rivelano all' anima nostra in una maniera non equivoca.

I proposti mezzi per iscoprire i principj fondamentali della Fisica, e le leggi, con cui opera la Natura, quantunque siano i soli, che ci possono far conseguire il nostro intento, sono però talora per colpa di chi gli adopera cagione d' inciampo, e d' errore: per la qual cosa proccureremo di additare le principali regole, e i più convenienti indirizzi per ben adoperarli.

CAPO PRIMO

Regole, e indirizzi per ragionare, e far profitto nella Fisica.

7 L'osservazione, e la sperienza essendo i due mezzi primarj per acquistare le cognizioni fisiche (§. 3), cominceremo però a dire, come di queste si debba far uso.

All'osservazione si riferiscono l'estensione, la figura, i colori, gli odori, il peso, e tutto ciò in somma, che senza mutare lo stato de' corpi serve a distinguere e questi, e i fenomeni, che producono. Alla sperienza s' appartengono tutte quelle operazioni fatte su i corpi, colle quali si vengono a scoprire le sostanze, che gli compongono, le proprietà, i sintomi, gli effetti, i rapporti tra i fenomeni, e qualsivoglia altra cosa, che colla sola osservazione non si poteva scorgere.

8 Allorchè facciamo qualche osservazione, convien procurare di notare tutto ciò, che di distinto, e diverso si scorge nel soggetto, che si esamina; e

affinchè le prime apparenze non c' ingannino, e non ci facciano travvedere, conviene ripetere l' oſſervazione in circoſtanze diverſe, indi confrontare ad una ad una le coſe, che ci riſultano con altre della medeſima ſpecie, che già ci ſono note; onde ſi vengano a diſcernere con ſicurezza le nuove ſcoperte dalle coſe già cognite, i fenomeni coſtanti dagli accidentali, le cauſe, le proprietà, i ſintomi, le leggi di già note dalle ignote, e fra queſte le generali dalle particolari.

9 Quantunque le ſperienze poſſano eſſere fra loro molto diverſe sì per riguardo a ciò, che in eſſe ricercaſi, che riſpetto al modo, con cui ſi debbono fare, nulladimeno ſi riducono tutte alle tre ſeguenti ſpecie, cioè Fiſiche, Chimiche, e Fiſiche-meccaniche-geometriche.

Nelle ſperienze fiſiche ſi comprendono quelle, le cui operazioni non ſono molto compoſte, nè intime a ſegno di trasformare, o diſtruggere i corpi.

Si annoverano nelle ſperienze chimiche tutte le metamorfoſi de' corpi, che ſi fanno, o analizzando minutamen-

re una ſoſtanza, o combinando materie ſemplici per produrre un compoſto diverſo.

Finalmente ſe nel fare le ſperienze s' avrà riguardo e alla qualità, e quantità di materia inſieme, come abbiamo veduto, ch' è neceſſario fare nei metalli per notarne la linea ſul compaſſo di proporzione, nei problemi di lega ec., tali ſperienze ſaranno fiſiche-geometriche, e ſaranno finalmente fiſiche-meccaniche le ſperienze, qualora in eſſe ſi conſidererà la qualità delle materie, il movimento, ch' eſſe producono, e la legge, con cui il medeſimo ſi manifeſta.

A queſta terza ſpecie ſi poſſono anche riferire le ſperienze chimiche-meccaniche, nelle quali, ſebbene fin adeſſo non ſiaſi andato molto avanti, le ſcoperte però, che ſono di già ſtate fatte intorno l' affinità di diverſe ſoſtanze, dimoſtrano, che queſte coſe poſſono anch' eſſere oggetto della Geometria, e delle Meccaniche.

10 Nelle ſperienze di qualſivoglia ſpecie è neceſſario in primo luogo l'accertare ſempre, per quanto ſi può, l'eſattezza delle operazioni, che ſi fanno.

Inoltre dovendo adoperare vaſi, ordigni, ſtromenti, macchine, e coſe ſimili, ſi dee prima di fare, e dopo fatta l' eſperienza eſaminare la perfezione, e lo ſtato di tali coſe. Per eſempio, ſe abbiamo due canne da ſchioppo in tutto, e per tutto ſimili, ed eguali fra loro, fuorchè nella qualità della materia, che le compone, e ſi voglia pel mezzo di replicati ſpari ſcoprire, quale delle due ſia più reſiſtente; ſiccome è neceſſario per farne un giuſto confronto adoperare forze uguali in ambedue le canne, così biſogna accertarſi.

1.° Che la polvere, con cui ſi caricano le canne, ſia della ſteſſa qualità, e in quantità eguale.

2.° Che le bilance, che s' adoperano per peſare la polvere in ciaſcheduna carica, ſiano eſatte.

3.° Che la polvere ſia allogata dentro le due canne nell' iſteſſa maniera.

4.° Che ſi uſi ugual forza in ciaſcheduno ſparo nel ricalcare lo ſtoppacciolo, adoperando, per aſſicurarſene, una forza invariabile, come ſarebbe quella di un peſo, e ſimil coſa.

5.° Che ſpaccandoſi per avventura le canne ſi eſamini, ſe nella ſpaccatura vi ſono sfoglie, caverne, eterogeneità, e ſimili difetti, per li quali lo ſperimento diventa inconcludente, oppure ſe la materia è omogenea, e egualmente compatta da per tutto, onde il riſultamento della ſperienza dire ſi poſſa deciſivo.

11 In ſecondo luogo conviene ridurre alla maggior ſemplicità poſſibile la ſperienza, o il riſultare della medeſima. Se ſi cerca, per eſempio, di conoſcere la velocità, con cui le palle di differente calibro ſono cacciate dai loro corriſpondenti cannoni, ſi debbono eſplorare queſte velocità viciniſſimo alla bocca dei pezzi, poichè ivi il movimento della palla è il ſolo effetto della polvere acceſa in vece, che, ſe le velocità ſi dedurranno dalle lunghezze dei tiri, ſarà erronea tal deduzione, perchè la lunghezza de' tiri è l' effetto di due forze oppoſte, cioè della polvere acceſa, e della reſiſtenza, che l' aria oppone al movimento delle palle, la cui efficacia ſuccede in una relazione diverſa dalla quantità di movimento, che la polvere

comunica alle palle; oltre di che nella necessità, in cui siamo, di dar, come si dice, vento alla palla, avviene, che talora queste escano dal pezzo con direzione diversa da quella, in cui si spa-rano i cannoni.

Altra volta poi sarà necessario il ripetere non solo le sperienze, ma il variare ancora una circostanza per volta, affinchè dagli effetti diversi, che risultano, si venga a scoprire la causa di tal diversità. Vogliasi, per esempio, sapere quale sia la maniera più propria di servirsi d'una determinata specie di calcina, affinchè acquisti la maggiore tenacità, di cui è capace: siccome la comune osservazione ci assicura, che la qualità dell'arena, delle pietre, dell'acqua, non meno che il clima, il sito, la stagione, in cui si fabbrica, e il modo di mettere in opera i materiali contribuiscono assai a variare il grado di tenacità, che acquista il calcestruzzo nell'indurirsi; così converrà fare diverse composizioni, in alcune delle quali la sola diversità sia nella qualità dell'arena, in altre nella sola proporzione fra la calcina, e arena, in altre si varj la qualità

delle pietre, e così discorrendo si varj ora il modo di mettere in opera i materiali, ora si faccia confronto tra le fabbriche in sito umido, e quelle in sito secco ec.; affinchè fra tutte quelle combinazioni si venga a discernere con sicurezza, qual sia la più propria per conseguire l' intento.

12 In terzo luogo bisogna, che la sperienza sia fatta in tali circostanze, che possa farci conoscere, o almeno avvicinarci a ciò, che cerchiamo.

Le prime scoperte, che gli uomini hanno fatto intorno le qualità, e proprietà de' corpi, sono state quasi tutte fortuite, ma dopo che si sono accresciute le notizie fisiche, molte altre scoperte sono state l' effetto di una gran sagacità, e giudiziosa condotta nelle sperienze. Per la qual cosa noi dobbiamo nelle nostre ricerche cominciare a combinare in diverse guise le cose, che già conosciamo, e osservare in ciascheduna combinazione separata, se possa incontrarsi quel fenomeno, che cerchiamo, o altro a questo analogo, o in qualche modo rassomigliante, oppure dedurre per mezzo di giuste analogie ciò, che av-

venire debba in ciaſcheduna combinazione.

13 In quarto luogo, allorchè del metodo, proceſſo, ed eſito di uno ſperimento ſaremo certi, dovremo ſempre non curare tutte quelle obbiezioni, che in apparenza contrarie allo ſperimento foſſero dedotte da principj, o da rifleſſioni metafiſiche, la qual coſa però s'intende riguardo alla qualità, proprietà, e al meccaniſmo de' corpi, e non riſpetto alla quantità.

14 Per ultimo dovrà ſempre dirſi erroneo il riſultamento di una ſperienza, ognivoltachè ſarà contrario a qualche verità cognita. Se a queſt' avvertimento non ſi bada, e che concludenti ſi vogliano ſempre i fatti, ſi renderanno con ciò non ſolo inutili, e vane le notizie fiſiche le più certe, che già abbiamo, ma s' introdurrà ancora in queſta ſcienza una moltiplicità di contraddizioni. In fatti, ſe avvolto un filo attorno ad un cilindro ſi troverà, che la lunghezza del filo è maggiore di ventidue delle ſette parti, in cui ſi concepiſce diviſo il diametro del cilindro, non dovrà forſe dirſi erroneo queſto riſultamento? Impercioc-

chè abbiamo dalla Geometria, che a tal diametro corrisponde una circonferenza minore di ventidue parti. Nella stessa maniera, se due solidi simili, e di materia apparentemente omogenea, essendo pesati, non si trovano nella proporzione triplicata dei loro lati omologhi, dovrà dirsi, che è succeduto qualche sbaglio nel pesarli, o che la materia è eterogenea, o che non è da per tutto egualmente compatta.

15 Passando ora al metodo, con cui fare si debbono le sperienze, si fa riflettere, che questo dee essere diverso, secondochè diverso è anche l' oggetto, che si piglia di mira nello sperimentare.

A tre oggetti principali ridurre si possono tutte le ricerche fisiche-meccaniche. Uno di questi è, quando si tenta di scoprire qualche proprietà nei corpi, o l' interna loro struttura, o di produrre qualche nuovo fenomeno. Consiste il secondo oggetto nel cercare la causa di qualche fenomeno già cognito. Si ha finalmente di mira il terzo oggetto, allorchè si cerca la legge, con cui si genera, o si manifesta un fenomeno.

Qualunque di questi tre oggetti si abbia di mira, convien sempre regolarsi nel fare delle sperienze secondo gl' indirizzi dati, ma di più s'avverte, che, quando la ricerca sarà del secondo, o del terzo, è necessario ancora l' osservare una regola più particolare.

16 Allorchè tentiamo colle sperienze di scoprire le cause di qualche fenomeno già cognito, fa duopo valersi in una maniera conveniente dei due metodi analitico, e sintetico, incominciando dal primo col procurare di dedurre dagli effetti le cause, indi col mezzo della scoperta di queste cause particolari tentare di conoscerne altre più generali, e finalmente da queste ultime salire alle più generali di tutte.

Dopo avere così scoperte queste cause si dee discendere con ordine retrogrado, considerando le cause come tanti principj, pel mezzo de' quali si vengano a spiegare, o a predire i fenomeni: chiaro essendo, che, se non adopreremo questi due metodi, e col conveniente ordine, non potremo mai essere certi, che i principj nostri esistano nella natura, e che possano essere combinati

binati in quelle tali maniere, anzi, altrimenti facendo, saremo in continuo pericolo, che, dopo aver faticato assai, il frutto delle nostre ricerche, e meditazioni altro non sia, che un sogno, e una mera illusione.

17 Finalmente, quando cerchiamo la legge, con cui si produce un fenomeno, se questa produzione sarà semplice di sua natura, o essendo composta sieno costanti le circostanze, che vi concorrono, un solo sperimento basterà per iscoprire ciò, che si cerca; come verbigrazia, quando si vuol misurare il peso di un corpo: ma se nella produzione del fenomeno concorrono due, o più circostanze variabili, affine di dedurre la legge, o quantità qualunque ricercata, è necessario, che le sperienze, e osservazioni sieno ripetute più volte; onde si possa avere una medietà negli effetti. Di questa specie sono l'elasticità dell'aria, la forza della polvere, l'adesione de' corpi ec. In queste sperienze debbesi talvolta ancora far uso della geometria; i riguardi necessarj in simili casi sono molti. Questa applicazione meglio s'imparerà a mio giudizio coll' osserva-

zione, e coll' esercizio, che colle regole.

18 Rimane per ultimo lo additare le regole per ragionare bene nelle cose fisiche, e per dedurre conseguenze dalle osservazioni, e sperienze fatte coi dovuti riguardi. Queste regole d'Isacco Neuton sono tre.

Consiste la prima nel non ammettere per cause de' fenomeni se non quelle, che siamo certi essere le vere, e pel cui mezzo si può dar ragione del fenomeno medesimo. Allora saremo certi d'avere scoperta la vera causa, quando questa avrà le due seguenti condizioni.

1.° Quando si potrà dimostrare, che tutti i fenomeni di una sola, e medesima natura, dipendono da questa stessa causa.

2.° Che questa causa ha forza sufficiente per produrre simili fenomeni.

Se non potremo dimostrare la prima condizione, se non in uno, o in pochi fenomeni della medesima natura, allora la causa sarà solamente probabile, verisimile, e congettura, la quale avrà però i suoi gradi dipendenti dal numero

de' fenomeni, che ci riſulta eſſere atta a produrre la detta cauſa.

19 Riſpetto alla ſeconda condizione addotta nell'antecedente paragrafo è chiaro, che non dovrà aſſolutamente dirſi vera cauſa produttrice del fenomeno, ſe non quella, che ha forza ſufficiente; e quanto a quelle altre cauſe, che, quantunque vere, concorrono però ſolamente in parte nel fenomeno, ſi potranno nominare coadiutrici, ſe la loro efficacia ſarà di qualche valore riſpetto alla cauſa principale; niun conto per lo contrario ſi farà di queſte cauſe coadiutrici, ſe il loro concorſo ſarà di piccoliſſimo momento. Per eſempio la cauſa principale, che produce la forza della polvere acceſa, è un fluido molto elaſtico, naturalmente imprigionato in gran quantità nel ſalnitro; allorchè il fuoco abbrucia, e diſtrugge la polvere, ſi ſprigiona queſto fluido, e ſi meſcola coll' aria naturale poſta fra i granelli di polvere, e tanto queſt' aria, quanto il mentovato fluido acquiſtano un aumento di elaſticità per cauſa del fuoco; ora, perchè il fluido ſprigionato è atto da ſe a produrre grandi effetti, e che aſſai più ga-

gliardi gli produce, quando è riscaldato, perciò il fuoco si dirà causa coadiutrice degli effetti di questo fluido nello sparo delle armi da fuoco, nello scoppiamento delle bombe, granate, dei fornelli delle mine ec. Per lo contrario senza commettere errore notabile si potrà avere per nessun conto l' azione dell' aria naturalmente frapposta fra i granelli, quantunque diventi più elastica anch' essa per causa del fuoco, e aumenti conseguentemente la forza della polvere, poichè questa forza è piccolissima rispetto a quella del fluido.

20 Il desiderio smoderato negli uomini di comprendere l' ammirabile struttura, e l' armonia fra le cose sensibili è stata la cagione, per cui declinando talora dalle regole, che si danno per ben filosofare, hanno per troppa fretta voluto impropriamente adattare le cagioni agli effetti; e tanto si sono inoltrati nell' errore, che hanno creduto per vero, e reale ciò, ch' era, o sembrava solamente possibile, non che probabile: nè altrimenti può succedere la cosa, ogni qualvolta si spiegano i fatti reali per mezzo di cause puramente supposte.

Affine di ben rischiarare questo punto conviene distinguere due specie di supposizioni, sulle quali si suole ragionare. Nella prima specie si comprendono quelle supposizioni, sulle quali ragionando con buon ordine, e buona connessione noi deduciamo conseguenze giuste, immediate, e ristrette solamente nel caso della fatta supposizione. Di questa tempra sono i teoremi geometrici, e meccanici, i quali, sebbene sono espressi in forma di supposizione, ciò non ostante il ragionamento, che si fa intorno ad essi, è però sempre chiaramente, e strettamente legato colle premesse, e la conclusione, che se ne deduce, è ristretta ad aver luogo solamente, quando si dia il caso supposto.

Questa maniera di ragionare è sempre utilissima; pongasi il supposto reale, ideale, o impossibile, come succede in molti problemi, che si fanno risolvere dagli studenti di Matematica; o pongasi, che il supposto possa esistere, o esista attualmente, come occorre, quando si mettono in pratica molti teoremi matematici, e meccanici.

L' altra maniera di ragionare ſopra i ſuppoſti è, quando da una mera ipoteſi ſi pretende dedurre l' origine, e le vere cagioni di un fatto reale.

Queſta maniera di ragionare è peſſima, e ſembra immaginata a bella poſta per introdurre l' errore, e accreſcere l' ignoranza, come pur troppo è avvenuto per molti ſecoli nella Fiſica. Se ſi attribuiſce, verbigrazia, la caduta dei gravi, e l' elaſticità di molti corpi al movimento di una materia ſottiliſſima, che ſi ſuppone eſiſtere in tutto l' univerſo, egli è chiaro, che tal maniera di dedurre le cauſe dagli effetti è per ſe ſteſſa peſſima; poichè tra la cauſa meramente ſuppoſta, e gli effetti reali non ſi ſcorge la neceſſaria dipendenza, e conneſſione, ſalvo che ſi faccia anticipatamente vedere.

1° Che la cauſa ſuppoſta eſiſte realmente.

2.° Che eſſa ha efficacia baſtante per produrre conſimili fenomeni.

3.° Che di fatto concorre nella produzione de' mentovati fenomeni (§. 18, 19).

21 La ſeconda regola Neutoniana è, che gli effetti della medeſima natura ſono prodotti dalle medeſime cauſe: quindi ne conſegue, che, ſe nello ſtrofinare due corpi ſolidi l' uno contro l' altro ſi riſcaldano, e che calore pure s'ecciti ſtrofinando altri corpi ſolidi, quantunque queſti ſiano di materia diverſa da quella de' primi, diremo nulladimeno, che di queſti effetti, i quali ſono della medeſima natura, la cauſa è la ſteſſa. Se due pietre di ſuperficie ben liſcia poſte l' una ſopra l'altra ſtanno fortemente unite, e che la ſteſſa coſa ſucceda nell' adattare l' uno contra l' altro due pezzi di legno, di metallo, di vetro ec. ben puliti, diremo pure, che la cauſa di tutte queſte unioni è la medeſima, poichè queſti effetti ſono della ſteſſa natura.

22 Allorchè noi facciamo il confronto di due, o più effetti della medeſima natura, e che ne conſideriamo la relazione, occorre talora, che, eſſendo vera la propoſizione fiſica, è poi falſa la propoſizione geometrica, che del fenomeno ne determina la legge. Per eſempio è certiſſimo, che molti corpi ſulla

terra ſono dilatati dal calore dell'eſtate, ma è poi falſo, che a un doppio, triplo ec. calore corriſponda ſempre una doppia, o tripla dilatazione dei corpi. L'aria è certamente elaſtica, ma non è poi la ſua elaſticità ſempre proporzionale alla denſità.

23. Se nella produzione di un qualche fenomeno concorrono cauſe ſoggette a modificazioni, nel ricercare la legge, con cui ſi manifeſta tal fenomeno, ſaremo coſtretti a contentarci di un'approſſimazione, la quale s' accoſterà diverſamente alla preciſione, ſecondo che ſaremo in iſtato di maneggiare le medeſime cauſe a noſtro talento. Per eſempio, volendoſi miſurare lo ſpazio ſcorſo da un corpo particolare in un determinato tempo, e ſito, ſe foſſe fattibile racchiudere il corpo dentro un recipiente privo d' aria, i riſultamenti della ſperienza in ciaſcheduna volta ſarebbero ſufficientemente uguali fra loro; ma ſe non ſi potrà a meno di fare queſte ſperienze nell' aria libera, perchè queſto mezzo reſiſte, e che la di lei denſità di tanto in tanto varia, perciò variabili ancora ſaranno i riſulta-

menti delle ſperienze; onde converrà ricercarne i limiti, facendo ſperienze in tempo della maggiore denſità, e altre, quando la denſità dell' aria ſarà la minore, che ſuole averſi. Le cariche di polvere, che nelle armi da fuoco producono il tiro maſſimo, ſono di queſta natura; poichè la quantità della medeſima polvere varia in queſte cariche a miſura, che ſi mutano alcune cauſe fiſiche, che non ſiamo in caſo di regolare: lo ſteſſo dicaſi della tenacità diverſa, che s' incontra fra i cannoni di bronzo formati in diverſi tempi, quantunque la qualità delle materie, e la proporzione fra i componenti del bronzo ſia ſtata la ſteſſa in ciaſcun tempo.

24 La terza regola Neutoniana finalmente è, che le qualità dei corpi, ſu cui poſſiamo fare ſperimenti, le quali qualità ſono ſempre le ſteſſe ſenza mai mutarſi, ſi debbono annoverare fra le proprietà comuni a tutti i corpi; e ſiccome l' eſtenſione, l' impenetrabilità, la forza d' inerzia ec. ſono proprietà coſtanti in tutti i corpi, ſu i quali poſſiamo fare delle ſperienze, così s' induciamo a conchiudere, che gli altri corpi

da noi lontani, come ſono quelli ſepolti nelle viſcere della terra, e i corpi celeſti hanno le ſteſſe proprietà.

Dopo aver premeſſe le regole per avanzarſi con certezza nella Fiſica, paſſeremo ora a individuare le notizie più principali di queſta ſcienza, cominciando da quelle, che ci ſono ſomminiſtrate dall' oſſervazione.

CAPO SECONDO

Del ſiſtema del Mondo.

25 PEr mezzo della viſta noi ſiamo aſſicurati, ch' eſiſte un' eſtenſione ſmiſurata, e permanente, che ſi chiama lo *ſpazio*, nel quale evvi un numero innumerabile di corpi fra loro diverſi in grandezza, e qualità, ora movendoſi alcuni di queſti corpi di continuo nella ſteſſa maniera, e in diverſe direzioni, c' induciamo a conchiudere, che queſto ſpazio ſia uniforme, e penetrabile.

Il compleſſo di tutte queſte coſe ſi chiama l' *univerſo ſenſibile*, o *il mondo fiſico*.

26 Il corpo abitato dagli uomini ſi chiama *la terra*, la quale ſenza aiuto di verun appoggio ſe ne ſta iſolata dentro l'univerſo; eſſa ha una figura poco meno che sferica, e le prominenze, e le cavità, che ſulla ſuperficie ſua coſtituiſcono i monti, e le valli, ſi hanno come grandezze piccoliſſime riſpetto al diametro della terra. Per altro la ſuperficie uniforme, e uguale, che ſi conſidera avere la terra, è propriamente quella del mare, che comunemente ſuole intenderſi continuata ſecondo la figura sferica.

Dall'oſſervazione ricavaſi, che tutti i corpi cadono in una direzione perpendicolare alla ſuperficie regolare della terra, e conſeguentemente tendono verſo il centro di queſta sfera, che *centro dei gravi* ſuol anche chiamarſi. Per mezzo di queſta notizia ſi comprende facilmente, come nella parte della terra a noi oppoſta per diametro, che *antipodo* ſi chiama, vi poſſano eſſere degli abitatori, e come queſti non debbano dirſi volti a roveſcio.

Secondo però le oſſervazioni fatte intorno ai pendoli nei diverſi paeſi, e

la teoria, colla quale il Neuton, e l'Ugenio hanno ſpiegate queſte oſſervazioni, dee la terra aver figura piuttoſto di una Sferoide ſchiacciata, nata dalla rivoluzione di un elliſſe attorno al ſuo aſſe minore. Queſta figura è ſtata contraddetta dalle miſure preſe nella Francia da alcuni Accademici Parigini, dalle quali riſulta, che la Terra ſia una Sferoide allungata verſo i Poli; ma eſſendo poi altri ſoccj della medeſima Accademia andati nel 1738 nella Laponia a prendere altre miſure, il riſultamento delle loro operazioni ha confirmata la figura propoſta dal Neuton, e dall' Ugenio.

Nel caſo adunque, che la terra abbia la figura di una Sferoide, le direzioni, che hanno i corpi cadenti perpendicolarmente ſulla ſuperficie della terra, più non s' interſecheranno nel centro di eſſa, ma ſaranno i raggi di quella ſviluppata, che forma l' elliſſe, dalla cui rotazione ſi genera poi il ſolido della terra. Queſto ſolido, qualunque ſia la ſua preciſa figura, è circondato tutto d' intorno da una gran mole d' aria che *atmosfera* ſi appella, e i corpi, che in queſta, e nella terra eſiſtono,

ſi chiamano *corpi terreſtri*, o *ſullunari*.

27 I corpi, che ſono lontani dalla terra, e fuori dell' atmosfera, ſi chiamano *celeſti*. Queſti ſono di due ſpecie, cioè *luminoſi*, e *opachi*, vedendoſene un numero innumerabile dei primi, ma dei ſecondi ſe ne ſcorgono pochiſſimi.

Fra i corpi luminoſi il Sole è quello, che ci ſembra il maggiore di tutti, chiamandoſi *ſtelle* gli altri corpi apparentemente minori. Queſte ſi dicono di prima, ſeconda, terza, e quarta grandezza, ſecondochè ci ſembrano di una mole maggiore, o minore, e ſi conſiderano tutte per fiſſe, ed immobili; poichè non ſi ha ancora oſſervazione, che taluna di eſſe ſiaſi mai avvicinata, o allontanata da un' altra.

Il Sole ſi conſidera poſto nel centro dell' Univerſo, attorno cui deſcrive una piccola curva, che *orbita* ſi chiama. Le ſtelle fiſſe ſono poi ſituate in una diſtanza ſmiſurata dal centro dell' Univerſo, alcune delle quali ſono conſiderate diſtribuite in varie figure, che *coſtellazioni* ſi chiamano, a ciaſcheduna delle quali ſono ſtati dati dei nomi ca-

pricciosi, come sono *l' Ariete*, *il Toro*, *il Cancro*, *la Vergine*, *le Pleiadi*, *l'Enrione*, *l' Orsa maggiore*, *l' Orsa minore*, *il Cocchiere*, *il Serpente*, *la Nave*, *il Triangolo*, *la chioma di Berenice*, *il piede d' Andromeda*, *il capo del Drago ec.*

28 I Corpi celesti, che sono opachi, si chiamano *Comete*, e *Pianeti*. Essi non hanno verun lume da se medesimi, ma lo ricevono dal Sole, e dalle Stelle, e per via di riflessione lo trasmettono in diverse parti dell'universo in quella guisa appunto, che fa uno specchio, o altro corpo di superficie liscia.

Allorchè si mirano nella notte questi corpi celesti, osservasi, che il loro lume è senza movimento in vece, che quello delle stelle scintilla di continuo; ed è quest' osservazione assai propria per distinguere i Pianeti, e le Comete dalle stelle fisse. In oltre i Pianeti si muovono continuamente secondo un certo ordine, descrivendo ciascheduno nel suo cammino una curva elittica, che *orbita* si chiama, e dicesi *tempo periodico* quello, che il Pianeta impiega nel descrivere l' intera sua orbita; nè altro divario sostanziale corre fra questi Corpi, e

le Comete, ſe non che dei Pianeti ſe ne può annualmente miſurare il corſo, poichè ſono ſempre a noi viſibili, in vece, che le Comete ſi manifeſtano di rado, e del loro cammino non ne poſſiamo oſſervare, ſe non una breve porzione, deſcrivendo queſte il rimanente delle loro orbite ad una diſtanza grandiſſima da noi; e perciò non ſappiamo ancora il numero preciſo di quelle Comete, che ſi ſono laſciate vedere in diverſi tempi.

Altre volte l'apparizione di una Cometa produceva ſpavento fra gli uomini, poichè ſi conſiderava come foriera di triſti evenimenti, ma da molti anni in quà gli Aſtronomi per mezzo di diligenti oſſervazioni hanno cominciato a miſurare il tempo periodico di alcune di eſſe, e conſeguentemente a predirne la nuova apparizione.

29 Il numero cognito de' Pianeti ſi riduce a ſedici, ſei de' quali chiamanſi *primarj*, e gli altri dieci ſi dicono *ſecondarj*.

I Pianeti primarj ſono *Saturno*, *Giove*, *Marte*, *la Terra*, *Venere*, e *Mercurio*. Queſti deſcrivono la loro orbita attorno al centro dell' univerſo, e in un

medesimo piano , denominato il *piano dell' eclittica.*

Noi conosciamo solamente la relazione dei semidiametri di queste orbite, ma la cognizione, che abbiamo de' loro tempi periodici, è assoluta, e con questa si predicono con certezza i tempi degli eclissi, delle fasi, e degli aspetti dei Pianeti. Se col mezzo delle osservazioni astronomiche si giungerà a misurare con precisione un semidiametro delle dette orbite, si farà con ciò nota la grandezza assoluta degl' altri semidiametri pel mezzo de' numeri registrati nella seguente tavola. Finora non si hanno intorno alla grandezza assoluta delle orbite, se non approssimazioni grossolane, dalle quali risulta, che il semidiametro dell' orbita della terra sia 24000 semidiametri di questo Pianeta.

Tem-

	Tempi periodici in giorni di 24 ore ciaſcuno.	*Relazione dei ſemidiametri delle orbite.*
Saturno	10759 .	. 954.
Giove	. 4332 .	. 520.
Marte	. 687 .	. 152.
Terra	. 365 .	. 100.
Venere	. 325 .	. 72.
Mercurio	. 88 .	. 39.

Dal parificamento de' numeri regiſtrati in queſta tavola riſulta, che i quadrati dei tempi periodici ſtanno fra loro a un di preſſo, come i cubi dei ſemidiametri delle orbite. Queſta propoſizione ſi ſuole chiamare la legge oſſervata da Keplero aſtronomo di gran grido.

30 Oltre il movimento, con cui i Pianeti deſcrivono le loro orbite, e nella Terra ſi hanno ancora le ſtagioni, e le diſuguaglianze dei giorni, che *moto annuo* della Terra s'appella, un altro movimento s' oſſerva in eſſa, che chiamaſi *moto diurno*, per mezzo del quale noi abbiamo la ſucceſſività del giorno,

e della notte, e ci sembra, che il Sole, le Stelle, e i Pianeti si aggirino attorno alla Terra. Questo movimento consiste nella rotazione, che fa continuamente la Terra attorno allo stesso invariabile diametro, che perciò *asse della terra* si chiama, compiendosi ciascun giro intero nel tempo di 24 ore in circa. Un consimile movimento s'osserva anche nel Sole, e in altri Pianeti, ma il tempo di queste loro rivoluzioni è diverso in ciascun corpo.

31 I dieci Pianeti secondarj descrivono sempre la loro orbita attorno a qualche Pianeta primario, seguendolo ovunque egli va; per lo che diconsi ancora *satelliti*, o *compagni* del loro primario.

Cinque di questi satelliti s'aggirano attorno a Saturno in differenti distanze, quattro altri attorno a Giove, e il decimo, che *Luna* s'appella, descrive la sua orbita attorno la Terra, ed è quest' orbita pure di figura elittica, poco diversa però dal cerchio. Il semidiametro di quest' orbita risulta nella distanza media di 60 semidiametri della Terra, e il suo tempo periodico è in numeri interi di giorni 27.

32 Essendo le orbite dei Pianeti descritte nel piano dell'eclittica, si può per mezzo della prima figura avere un'idea del Sistema Planetario, nel di cui centro S, che è un ombelico delle ellissi descritte dai Pianeti primarj, trovasi collocato il Sole. FIGURA I.

Siccome la figura del Sole, della Luna, e dei Pianeti primarj è poco meno, che sferica, se ne assegnano perciò nella seguente tavola i diametri relativi.

		Diametri.
Sole	. parti	10000.
Giove	. .	1000.
Saturno	. .	750.
Terra	. .	100.
Venere	. .	100.
Marte	. ,	55.
Mercurio	.	54.
Luna	. .	28, $\frac{1}{2}$.

Il diametro assoluto della Terra misurato sotto l' equatore essendo di 6878 miglia italiane di mille passi geometrici ciascuno, o sia di trabucchi 500, sarà facile con tale notizia trovare la grandezza asso-

luta per li diametri degli altri corpi celeiti regiitrati in queſta tavola.

33 Il ſin quì diviſato ſiſtema dell'Univerſo è dell' inſigne Neuton, il quale per mezzo della dottrina della gravità univerſale de'corpi, e dello ſpazio vuoto, per dentro a cui i Pianeti ſi aggirano, e ſcambievolmente s'attraggono ſecondo la diverſa quantità della loro materia, e ſecondo le varie diſtanze, ſpiega, e determina tutti i movimenti di queſti corpi. Queſto autore nella ſua Filoſofia Naturale ha dato queſta dottrina come una verità fiſica, di cui appena ſi può dubitare. Le oſſervazioni, che di poi ſono ſtate fatte da valenti aſtronomi, e ſpecialmente dal Flamſteed, e dal Bradley fin adeſſo hanno corriſpoſto alle conſeguenze, che derivano da tal dottrina.

34 Per poter individuare con facilità i fenomeni dei Pianeti nei loro movimenti, ſono ſtati ideati diverſi punti, e circoli, de' quali daremo una compendiata notizia.

Dal punto T centro dell'Univerſo
FIGURA II. ſuppongaſi deſcritta una ſuperficie sferica ABCD, in cui ſiano collocate le Stelle fiſſe; ſiccome la diſtanza tra la

Terra, e il centro dell'Universo si ha per un nulla rispetto a quella, che corre tra lo stesso centro, e le fisse; poichè secondo le osservazioni del Bradley la proporzione fra queste due distanze è come 1 a 4166666666; così per maggiore semplicità si può supporre, senza commettere errore sensibile, che la Terra FIEL sia collocata immobilmente nel centro T. Suppongasi in oltre, che ETF sia l'asse, attorno a cui abbiamo detto, che si rivolge continuamente la Terra, prolungando questo da ambe le parti, s'avrà la retta AFTEC chiamata *asse del mondo*, o *dell'universo*, il quale colla sua estremità A passa molto vicino ad una stella dell'Orsa minore, che *stella polare* s'appella. La superficie sferica, in cui si suppongono situate le Stelle fisse, chiamasi comunemente il *Firmamento*. Il punto A si chiama *Polo Artico*, *Boreale*, *Aquilonare*, o *Settentrionale*, e l'opposto punto C dicesi *Polo Antartico*, *Australe*, o *Meridionale*.

Tutti i circoli uguali all'ABCD, che si suppongono passare, e fra loro intersecarsi nei Poli A, C, si chiamano *Meridiani*.

L'*Equatore* BD, o *Circolo Equinoziale*, è un cerchio pure ideale, che si suppone passare pel centro T rettangolo coll'asse del Mondo; onde i Poli A, C dell'Universo sono anche Poli di questo cerchio, che divide il Firmamento in due emisferi BAD settentrionale, BCD australe.

Se dal punto B si prenderà verso il Polo Artico un arco BG di gradi $23\frac{1}{2}$, e s'immaginerà, che un cerchio GTH passi pel centro T, e sia retto col meridiano ABCD, questo cerchio GTH si chiamerà *il piano dell' Eclittica*, nella cui circonferenza si trovano situate dodici Costellazioni dette *segni del zodiaco*, ciascheduna delle quali occupa un arco di 30 gradi.

Queste costellazioni sono l'Ariete, il Toro, i Gemelli, il Cancro, il Leone, la Vergine, la Bilancia, lo Scorpione, il Sagittario, il Capricorno, l'Acquario, ed i Pesci, corrispondenti ai dodici mesi dell' anno, cioè l'Ariete al mese di marzo, il Toro al mese d' aprile, e così di seguito per ordine.

Il primo grado dell'Ariete, e della Bilancia sono nei due punti d' interse-

cazione dell' Eclittica coll' Equatore, segnando questi *i due equinozj*, cioè l' *equinozio della primavera* il primo grado dell' Ariete, e *quello dell' autunno* il primo grado della Bilancia: il primo grado del Cancro si ha nel punto G, che *Solstizio dell' estate* s' appella nell'emisfero settentrionale, e nell' opposto punto H si ha il primo grado di Capricorno, o *Solstizio dell' inverno.*

35 Movendosi i Pianeti nel piano dell'eclittica, in cui trovasi anche il Sole, avviene, che tutti questi corpi risguardati dalla Terra corrispondono sempre a qualche segno del zodiaco, e si dice per esempio, che il Sole è nel primo grado d'Ariete, se, tirando una retta dal centro della Terra al primo grado dell' Ariete, il centro del Sole sarà in questa retta, e così ancora, che Giove, la Luna ec. sono nel ventesimo grado del Sagittario, se, tirando una retta dal centro della Terra al punto suddetto, il centro di Giove, o della Luna sarà nella retta medesima.

I siti del zodiaco, ne' quali guardando dalla Terra ci sembra, che siano i Pianeti, o il Sole in un medesimo de-

terminato tempo, s' additano col nome di *aſpetti*, e in iſpecie, ſe dalla Terra ſi vedono due, o più Pianeti nel medeſimo grado del zodiaco, ſi dice, che i Pianeti ſono in *congiunzione*, e diceſi, che queſti Pianeti ſono in *oppoſizione*, ſe diſtano fra loro per gradi 180. Se due, o più Pianeti ſono diſtanti fra di loro gradi 120, ſi dice, che eſſi ſono in *aſpetto trino*; che ſono in *aſpetto quadrato*, ſe la diſtanza fra i medeſimi è di gradi 90, e in *aſpetto ſeſtile*, ſe la diſtanza ſarà di gradi 60.

36 I Pianeti eſſendo illuminati dal Sole AB, il cui diametro ſupera di gran lunga quello di qualſivoglia Pianeta CD (§ 32), avviene neceſſariamente, che dietro ciaſcheduno di queſti corpi opachi ſi fa un' ombra di figura conica FIGURA III. CDF, la cui baſe è il Pianeta medeſimo; dipendendo l' altezza RF del cono dal diametro del Pianeta, e dalla diſtanza, che corre tra queſto, e il Sole. Ciò poſto, ſuppongaſi, che un altro Pianeta K ſi trovi a dirittura dei centri Q, R del Sole, e del Pianeta CD; ſe l'altezza RF del cono ombroſo CDF non giungerà fino al Pianeta K, la ſua ſu-

perficie GHL volta verſo il Sole ſarà tuttavia illuminata, e lo ſpettatore, che trovaſi in H, vedrà il Pianeta CD, come ſe foſſe una macchia nera nel Sole. Noi oſſerviamo un tale fenomeno, allorchè, eſſendo la Terra in K, Venere, o Mercurio additato dal corpo CD ſi trova in congiunzione col Sole; poichè il loro cono ombroſo non giunge fino alla Terra; tal fenomeno ſi chiama *paſſaggio* di Venere, o di Mercurio avanti il Sole.

Se poi il cono ombroſo CDF giungerà in K, allora la ſuperficie GHL rimarrà oſcurata tutta, o in parte a miſura della privazione di luce, che in eſſa avviene. Queſto fenomeno ſi chiama *Ecliſſe*. Se K è la Terra, e CD la Luna, in queſto caſo una porzione dell' Emiſfero GHL ſarà privato della luce ſolare, e conſeguentemente gli abitatori di queſta ſuperficie oſcurata più non vedranno il Sole; onde ſi dirà, ch'eſſi hanno un *Ecliſſe ſolare perfetto* a diſtinzione degli abitatori laterali del cono ombroſo, i quali, ſiccome potranno ancor vedere una porzione del Sole, l' ecliſſe ſolare ſarà per eſſi ſoltanto parziale. Se poi

CD è la Terra, e K la Luna, la cessazione di luce nella Luna si chiamerà *Eclisse Lunare*, il quale potrà essere o totale, o in parte; poichè la Terra, attesa la sua maggior grandezza, può oscurare tutta la Luna.

Questi eclissi succedono spesso nei satelliti di Saturno, e di Giove, e si chiamano *immersioni dei satelliti*. Il potersi osservare con facilità le immersioni dei satelliti di Giove dà mezzo sicuro ai naviganti per determinare il sito, in cui trovasi la nave.

37 Dalle diverse porzioni della Luna, che vediamo illuminate, ne nascono quegli aspetti, che si chiamano *Fasi lunari*, e specialmente si dice *Luna crescente*, quando vediamo aumentare la parte illuminata, e allora questo Pianeta ha due corni verso l' oriente; e chiamasi *Luna calante*, quando si vede isminuire la parte illuminata, nel qual caso i due corni sono volti all' occaso.

La Luna crescente si distingue particolarmente *in Luna nuova*, *e primo quarto*. Principia la Luna nuova nell' istante, che essa comincia a crescere, e si ha il primo quarto, quando la Luna cre-

ſcente ci moſtra un mezzo cerchio illuminato col diametro verſo oriente.

La Luna calante ſi diſtingue particolarmente in *Luna piena*, e *ultimo quarto*.

Diceſi Luna piena, quando appariſce tutt' illuminata, e ſi ha l'ultimo quarto, allorchè il mezzo cerchio illuminato ha il ſuo diametro verſo l'occaſo.

Le deſcritte faſi ſi debbono anche oſſervare in Mercurio, e in Venere, ma queſte non ſi hanno in conſiderazione.

Si dee quì notare, che per le coſe ſpiegate l'ecliſſe del Sole non può ſuccedere, ſe non in tempo dei novilunj, e quello della Luna ſolamente nei plenilunj.

38 I punti, e i cerchj, de' quali ſi è parlato (§. 34) ſi rapportano anche alla Terra; e però ritornando alla figura ſeconda i punti F, E ſi chiamano i Poli terreſtri, cioè *Artico* il primo, e *Antartico* il ſecondo. Il cerchio IL diceſi *Equatore*, o pure la *Linea equinoziale*; l'emisfero IFL ſi chiama *Settentrionale*, e *Meridionale* l'altro IEL. Tutti i gran cerchj, che paſſano per li Poli F, E, ſi chiamano *Meridiani terreſtri*.

Se per li punti M, n, ove il piano dell' Eclittica interſeca la Terra, ſi faranno paſſare due cerchj Mm, Nn paralelli all' Equatore, queſti ſi chiameranno *Tropici*, oltre i quali andando verſo i Poli ſono ſempre obbliqui i raggi ſolari: quindi è, che gli abitatori delle parti MFm, NEn avranno ſempre l'ombra loro volta, i primi a ſettentrione, e i ſecondi a mezzogiorno; ma gli abitatori della faſcia Mm Nn, che *Zona torrida* s' appella, avranno per una parte dell' anno la loro ombra volta verſo un Polo, e nell' altra parte dell' anno ſarà la loro ombra volta verſo il Polo oppoſto, e due giorni vi ſaranno nell' anno, in cui queſti abitatori avranno la loro ombra preciſamente fra i piedi nell' ora di mezzogiorno.

Se ſi noteranno gli archi MP, NQ di gradi 43 ciaſcuno, e per queſti ſi faranno paſſare due cerchj Pp, Qq paralelli all' Equatore, queſti due cerchj ſi chiameranno *cerchj Polari*; le Zone MPpm, NQqn s' appellano *temperate*, e diconſi *fredde* le porzioni di sfera PFp, QEq.

Ogni Meridiano FIEL trovasi diviso in quattro parti uguali FI, IE, EL, LF, e si suppone ciascheduno di questi quadranti diviso in 90 gradi, cominciandosi la numerazione dall' Equatore. Questi gradi si chiamano *gradi di latitudine*, o *elevazione di Polo*, dimodochè, essendo l'arco IM di gradi 23. $\frac{1}{2}$, si dirà, che tutti i punti della Terra corrispondenti al cerchio Mm sono a gradi 23. $\frac{1}{2}$ di latitudine, o all' elevazione di Polo di gradi 23. $\frac{1}{2}$, se l' arco IR sarà di gradi 15, si dirà, che tutti i punti della Terra compresi nel cerchio Rr paralello all' Equatore sono all' elevazione di Polo, o alla latitudine di gradi 15, e così di altri cerchj Vu paralelli all' Equatore.

Il cerchio dell' Equatore, e tutti gli altri a questo paralelli si suppongono divisi in 360 gradi, e questi si chiamano *gradi di longitudine*, ne' quali il principio della numerazione si fissa a piacimento, non essendosi ancora trovata la maniera di fissarlo, come si è fatto per li gradi di latitudine per mezzo della stella Polare.

Ciaschedun grado di longitudine preso nell' Equatore è di 60 miglia Ita-

liane, ognuno delle quali costa, come si è detto, di mille passi geometrici, o sia di trabucchi 500.

39 Gli abitatori della Linea equinoziale hanno sempre i giorni eguali alle notti, cioè di ore dodici sì l'uno, che l'altra; ma quelli, che sono lontani dall' Equatore, hanno i giorni ineguali in tutto l'anno, eccettuatone i due degli equinozj; dimodochè nel solstizio dell'estate, cioè nel giorno più lungo dell'anno gli abitatori, che sono a gradi 16. $\frac{1}{2}$ di latitudine, hanno il giorno di ore 13, e quelli, che sono a gradi 31 di latitudine, hanno nel solstizio d' estate il giorno di ore 14, alla latitudine di gradi 41. $\frac{1}{2}$ il giorno più lungo è di ore 15, alla latitudine di gradi 49. $\frac{1}{4}$ il giorno più lungo è di ore 16, alla latitudine di gradi 54. $\frac{1}{3}$ il giorno più lungo è di ore 17, alla latitudine di gradi 58. $\frac{1}{4}$ il giorno più lungo è di ore 18, alla latitudine di gradi 66. $\frac{1}{2}$, cioè sotto il Circolo Polare il giorno più lungo è di ore 24, e conseguentemente un tal giorno non ha notte. A misura che si va poi più verso il Polo, si trova, che nel solstizio d' estate si hanno giorni assai più

lunghi di ore 24, essendo questi d'una, due, tre settimane, d'uno, due, tre mesi ec.; finchè nel Polo non si ha in tutto l'anno, se non un sol giorno di sei mesi, e una sola notte d'uguale lunghezza.

Nelle cose dette in questo capo si comprendono i principj della Cosmografia, dell'Astronomia, e della Geografia; poichè la prima ha per oggetto la divisione delle principali parti dell'Universo, la seconda considera il movimento dei gran corpi dell'Universo, e la terza individua non solo i Regni, le Provincie, le Città, i Fiumi ec., ma ne assegna ancora i punti fissi, cioè la loro latitudine, e longitudine.

40. Non sarà fuori di proposito, prima di terminare questo capo, far osservare un abuso, ch'è stato fatto dell'Astronomia.

L'ignoranza di alcuni, e fors'anche la malizia avendo tessuto un miscuglio della certezza astronomica con molte chimere, ha preteso contro ogni ragione di formare una dottrina per predire le cose future, che *Astrologia* è stata chiamata. Le diverse virtù, e le in-

fluenze, che a capriccio ſono ſtate attribuite ai Corpi celeſti, la loro natura ſuppoſta benefica, o malefica formano i principj fondamentali di queſta preteſa ſcienza, in cui ſi conſiderano in oltre i diverſi aſpetti de' Pianeti, e le loro faſi, come cauſe efficaciſſime, le quali agiſcono non ſolo nel fiſico, ma nel morale ancora, e nelle ſorti; dal che è poi nata la diſtinzione dell'Aſtrologia in *giudiciaria*, e *naturale*. La prima, che eſtende le ſue predizioni ſulle ſorti, e ſulle azioni morali, è riprovata dalle leggi divine, e umane; ma la ſeconda, che pretende ſoltanto di predire il caldo, il freddo, l' aridità, la pioggia, l' abbondanza, la careſtia, l' epidemie, le mortalità, e ſimili altri effetti puramente fiſici, è tolerata, non oſtante che ſia una ſcienza vana, e ridicola, poichè ſpogliata affatto non ſolo di principj certi, ma dei probabili ancora.

Noi tralaſceremo di far vedere, come ſiano del tutto inſuſſiſtenti i principj dell' Aſtrologia naturale, perchè tale ſcrutinio ci ſvierebbe troppo dal noſtro oggetto. Le regole ſpiegate nel capo antecedente potranno ſervire preciſamente

per

per difcernerne la falfità. Intanto addurremo un fatto occorfo in quefto fecolo affai proprio per ifradicare i pregiudizj intorno l'Aftrologia anche in quelle perfone, che delle vere regole per ben ragionare in Fifica non hanno alcun fapore.

Il Dottor Montanari Lettore nello Studio di Bologna per liberarfi dalle ore noiofe nei caldi dell' eftate fi mife a comporre fecretamente un almanacco, che intitolò *il Frugnolo.* Avvenne nei primi anni, che fi avverarono molte predizioni ftrepitofe regiftrate in queft' almanacco, onde il Frugnolo acquiftò gran credito. Un giorno l' autore di effo s'imbattè in due ftudenti, che fra effi difputavano, fe l'Aftrologia foffe, o non foffe fcienza certa. Per decidere la queftione il Montanari conduffe i contendenti a cafa fua, ove eravi una gran tavola circolare, nel cui centro ftava fopra un perno un lungo ago movibile, e nella circonferenza divifa in piccole cafelle erano regiftrate molte predizioni. Fu pofto in movimento l' ago, e dopo alcuni giri fi fermò fopra una cafella dicente, *morte di un gran Perfonaggio fot-*

to l'Ariete. Interrogato allora uno degli ſtudenti, ſe ſarebbe ſucceduta la morte ſuddetta, riſpoſe queſti, che non avendo neſſuna conneſſione le predizioni notate a capriccio ſulla tavola, e il girare dell' ago colla ſanità, e vita de' gran Perſonaggi, ſarebbe coſa ſciocca il conſiderare queſto fatto per predizione fondata. A tal riſpoſta ſoggiunſe il Montanari, ſappiano, che le predizioni regiſtrate nel Frugnolo ſono ſempre ſtate cavate in queſta conformità. Il puro caſo adunque, e non la ſcienza era ſtato per alcuni anni tutto il fondamento delle ſuddette predizioni avverate.

La ſavia, e concludentiſſima riſpoſta di quello ſtudente dee ſervire ancora per diſingannare coloro, che pongono mente alle cabale; poichè, ſebbene ſia vero, che alcune di eſſe ſono ingegnoſamente compoſte, e danno riſpoſte cattegoriche, nulladimeno, ſiccome l'artificio, e le operazioni, che formano il fondamento di tali cabale, non hanno neſſuna conneſſione nè colle coſe occulte, nè colle future, così le riſpoſte non poſſono mai avere alcun benchè minimo grado di probabilità fondata, non che di certezza.

41 Facendo pertanto uso delle regole date per ben ragionare in Fisica si trova.

1.° Che le influenze del Sole, e de' Pianeti, o per meglio dire, che l'azione, che questi Corpi hanno gli uni verso degli altri, consiste nell' attrazione universale, la quale combinata con un movimento di proiezione è cagione, che questi Corpi descrivono incessantemente le loro orbite.

2° Che il Sole colla sua luce, che spande tutto d'intorno, illumina non solo, ma riscalda ancora i Corpi terrestri, e per mezzo di un tal calore si fa la vegetazione nelle piante, e si producono le meteore acquee nell' atmosfera, e altri consimili fenomeni, i quali però non abbiamo nessun riscontro nè certo, nè probabile, che siano alterati da' Pianeti primarj, e ancor meno dalle loro fasi, o dai loro aspetti.

3° Che la Luna per mezzo della sua gravitazione sulla Terra agisce in questo Pianeta; onde la medesima Luna ha parte nel flusso, e riflusso del mare, nell' ascendere, e discendere degli umori nutritivi, e degli altri liquori nei ve-

getabili, e in molte altre coſe, che dipendono dalla vegetazione.

4.° Che le Stelle fiſſe non hanno altr'azione ſulla Terra, ſe non per mezzo della loro luce, per cui noi arriviamo a vederle nell'oſcurità della notte.

CAPO TERZO

Delle proprietà comuni de' Corpi.

42 LA ſola oſſervazione baſta per darci un'idea dell'Univerſo; ma per acquiſtare una cognizione più particolare dei Corpi è neceſſario eſaminarli più da vicino, unendo perciò la ſperienza all'oſſervazione.

In queſto, e nel ſeguente capo noi conſidereremo le proprietà dei Corpi dedotte dall'oſſervazione, e dalle ſperienze fiſiche, e ne' capi ſucceſſivi tratteremo di quello, che l'analiſi de' corpi ci preſenta.

Chiamaſi *proprietà de' Corpi* tutto ciò, che in eſſi eſiſte, e che è idoneo a produrre in noi una ſenſazione, della quale poſſiamo formarſene un'idea.

L' osservazione, e la sperienza fanno conoscere, che fra le proprietà de' Corpi alcune sono comuni a tutti, e altre solamente particolari a certi Corpi.

43 Le proprietà comuni a tutti i Corpi, che finora sono state scoperte, e che nessun' arte, o verun ripiego non ha ancora potuto togliere, sono *l' Estensione*, *l' Impenetrabilità*, *la Mobilità*, *la Quiescibilità*, *la Figurabilità*, *la Forza d' Inerzia*, e *la Forza d' Attrazione*. Le proprietà particolari de' Corpi sono poi *la Solidità*, *la Fluidità*, *l' Elasticità*, *l' Adesione*, *la Durezza*, *la Mollezza*, *l' Asperità*, *la Maleabilità*, *l' Opacità*, *la Trasparenza*, *la Colorazione*, *il Caldo*, *il Freddo*, *il Sapore*, *l' Odore*, *la Sonorità ec.*

44 L' estensione fu già distinta nella Geometria in tre specie, cioè linea, superficie, e solido, e si è veduto, che ciascheduna di queste specie è divisibile in un numero infinito di parti.

Dall' essere però divisibile all' infinito l' estensione matematica, o sia la quantità continua separata dalla materia, non si può già conchiudere, che i Corpi, perchè sono estesi, sieno an-

ch' eſſi di lor natura diviſibili in un numero infinito di parti, e che conſiderare ſi debbano come un continuo.

Fra tutti i fenomeni fin'ora cogniti noi non ne troviamo un ſolo, che ci induca a ſoſpettare, che i Corpi ſieno diviſibili all' infinito. Abbiamo bensì riſcontri non equivoci, da' quali riſulta, che la Natura, e l' arte nel dividere la materia giungono ſolamente a certo ſegno, e che i Corpi ſenſibili altro non ſono, ſe non ſe un ammaſſo di corpuſcoli fra loro diſpoſti in diverſe guiſe.

L' ordine coſtante, che la Natura oſſerva nella produzione degli animali, e de' vegetabili, dimoſtra, che la materia di tai Corpi ſi ſminuzza fino ad un limitato termine, dopo del che ſi diſpone, e ſi uniſce in una maniera, che è ſempre la ſteſſa in ciaſcheduna ſpecie di Corpo: imperciocchè, ſe così non ſuccedeſſe, gli enti prodotti avrebbero forma, e conſiſtenza diverſa da quella, che ebbero altra volta, ſecondo che nella loro formazione le particelle coſtitutive ſono ſtate diverſamente ſminuzzate.

L' arte poi ci conferma queſte medeſime coſe. Fra i mezzi, che noi adoperar poſſiamo per iſminuzzare i Corpi, il fuoco è di tutti il più attivo. Ora, ſe ſi eccita queſto al maggior grado di violenza poſſibile o per via di Corpi combuſtibili acceſi, o raccogliendo molti raggi Solari in piccol ſito per mezzo di uno ſpecchio uſtorio, s'oſſerva chiaramente, che la finezza delle parti, in cui è ſtato diviſo il Corpo eſpoſto a queſto fuoco, è limitata; onde, ſe ſi rauneranno inſieme alcune di queſte particelle, ſi manifeſterà di nuovo un Corpo ſenſibile della medeſima ſpecie. Noi abbiamo un' idea famigliare di conſimili fenomeni nella ſvaporazione dell' acqua, nella ſublimazione del mercurio, e del ſolfo, nella diſſoluzione dei ſali, nella liquefazione dei metalli, della cera, delle peci ec.

45 Quantunque la piccolezza delle parti, in cui i Corpi ſono diviſibili di lor natura, ci riſulti limitata, la finezza però di queſte parti è tale, che sfugge ai più acuti microſcopj. Per avere qualche idea della minutezza di queſte parti, dentro un bicchiere d' acqua ſi

lascino per due, o tre giorni pochi grani di frumento, indi presa una goccia di quest' acqua, si esamini per mezzo d' uno de' più acuti microscopj, e si vedrà, che in questa goccia d' acqua si muovono molti animaletti, gli uni assai maggiori degli altri, che i grossi tendono a predare, e pascersi dei piccoli, e questi di sfuggire la loro distruzione. Ora il corpo di questi piccoli animaletti, che si muovono a loro talento, dee per necessità essere composto di muscoli, di nervi, di vasi sanguigni, e di liquori, che per questi vasi scorrono; onde si concepisce facilmente, che la minutezza delle parti solide, e fluide, che costituiscono i nervi, i muscoli, il sangue ec. di questi animaletti, non si può da noi assegnare, poichè sfugge dai nostri sensi.

E' pure maravigliosa la divisibilità della materia prodotta dall'arte. I Bachi da seta tessono il loro bozzolo filando sottile. Uno di questi fili lungo piedi 250 pesa in circa un grano; e siccome la lunghezza di un piede si può dividere in 1728 atomi, ciascuno de' quali è visibile senza l'aiuto di veruno strumento

ottico, così si scorge, che un grano di seta si può dividere in 250 X 1728 = 43200 parti visibili. I Battilori giungono ad appianare, e dilatare l' oro a segno, che col peso di un grano possono coprire una superficie di 20 once del pieliprando, e perchè ciascheduna oncia superficiale divisa in atomi dà 20736 atomi, così un grano d' oro sarà ridotto in 20 X 20736 = 414720 parti visibili. Se nel peso di venti libbre d'acqua limpida, o sia di grani 138240 si stempererà un grano di lacca fina, questo basterà a colorire tutta l' acqua, e perchè ciaschedun grano d' acqua si può dividere per lo meno in mille parti tutte visibili senz'aiuto di microscopio, supponendo, che in ciascheduna particella visibile d' acqua vi sia per lo meno una particella di lacca fina, che la colorisce, perciò si scorge, che il grano di lacca sarà stato diviso in 138240 X 1000 parti visibili.

46 Chiamansi *unità*, o *elementi primi insensibili* dei Corpi quelle particelle, che detto abbiamo non essere più divisibili di lor natura (§. 44), le quali per le regole spiegate nel Capo 1.° cre-

diamo eſſere dotate in una maniera inalterabile delle proprietà comuni, che ſcorgiamo in tutti i Corpi ſenſibili, eccettuatane la figurabilità; poichè la loro figura, qualunque ſia, dee per neceſſità eſſere permanente; ſenza del che l'elemento ſarebbe diviſibile, e compoſto d'altre parti, lo che è contro il ſuppoſto.

47 Noi non ſiamo per anche in caſo di aſſerire, ſe le unità dei Corpi ſiano tutte della medeſima groſſezza, e figura, oppure ſe differiſcono fra di loro in una, o in ambedue queſte coſe. La coſtanza, che oſſerviamo nei ſette colori, allorchè s'analiza un raggio Solare col priſma di criſtallo, ci fa comprendere, che molte parti della luce ſono ſimili, e uguali fra eſſe, e che al più fralle particelle di queſta materia s'incontrano ſette grandezze, o figure diverſe.

La maniera coſtante, con cui molti Corpi ſi producono, dà pure luogo fondato a penſare, che le parti coſtitutive di quelli della medeſima ſpecie ſi raſſomigliano.

Se le unità dei Corpi non ſi raſſomigliano tutte, ſiccome le ſuperficie,

dalle quali ſono contenute, poſſono variare in grandezza, in numero, in figura, e nell' ordine; così è coſa facile formarſi un' idea, come ſegua la compoſizione di tanti Corpi di diverſa ſpecie, che oſſerviamo in queſto mondo: e quantunque queſte unità ſi raſſomigliaſſero, o che in grandezza foſſero uguali, poſſiamo nulladimeno avere un' idea della formazione dei differenti Corpi, allorchè penſiamo all' ordine, e modo diverſo, con cui le unità medeſime poſſono eſſere in contatto.

Dalla combinazione di queſte coſe ſi manifeſta poi quella proprietà, che abbiamo denominata *Figurabilità*, la quale, com' è chiaro, ha luogo ſolamente nei Corpi compoſti.

48 L' impenetrabilità è quella proprietà, per cui un Corpo non può eſſere contemporaneamente nel ſito, in cui ſi trova un altro Corpo. Di queſta proprietà noi abbiamo idea, allorchè comprimiamo qualche Corpo ſodo, poichè proviamo una reſiſtenza ſomma. Le unità dei Corpi ſono adunque impenetrabili per ogni verſo, e ſe talora i Corpi compoſti ſembrano penetrabili, avvegna-

chè in essi s' insinuano altre materie, senzachè s' accresca il volume del Corpo, che le riceve, ciò avviene, perchè nella tessitura del Corpo si trovano molti vani, che *Pori* si chiamano, dentro i quali solamente s' introduce la materia estera. Se le parti prime dei Corpi fossero di figura paralellepipeda, e che si combaciassero scambievolmente in tutta la loro superficie, allora i composti formerebbero una massa solida senza alcun vano; vale a dire, che la massa sarebbe un contiguo esattissimo, dentro cui non potrebbe assolutamente introdursi altra materia: ma perchè queste particelle o hanno figura diversa dal paralellepipedo, o se le figure sono tali, le particelle non si combaciano in tutta la loro superficie, avviene, che si producono nel Corpo composto moltissimi pori, i quali variano in infinite maniere per riguardo alla loro grandezza, figura, e moltitudine. Il microscopio ci fa scorgere molti pori nell'oro, ch' è la materia più pesante, che finora sia nota, e allorchè osserviamo i Corpi leggieri, si vede, che le loro parti solide sono di pochissimo momento in compa-

razione del totale volume del Corpo. Da queste osservazioni veniamo a conoscere, perchè possa insinuarsi una certa quantità di mercurio in una massa d'oro, d'argento, di rame ec., e perchè l'acqua, il vino, l'olio ec. penetrino molti altri Corpi solidi.

49 Noi non conosciamo alcun Corpo tanto solido, quanto fluido, il quale sia senza pori. Dall'essere questi in maggiore, o minor quantità nasce la diversa densità dei Corpi, la quale si ha dividendo la quantità di materia, o dicasi massa, o il peso del Corpo pel suo volume, o per la solidità geometrica; onde chiamando P il peso di un Corpo, V il suo volume, e D la sua densità sarà $\frac{P}{V} = D$.

Col mezzo di questa formola si potrà avere la densità dei Corpi di differente specie, di cui daremo però un indice nell' Idrostatica.

50 La possibilità di far passare un Corpo da uno in un altro luogo si chiama *Mobilità*, e quella di poter privare affatto un Corpo di movimento dicesi *Quiescibilità*. Di queste due proprietà se ne ha un' idea famigliarissima.

51 La forza d' Inerzia, o come da altri vien detta *Forza passiva*, è quella proprietà, che ha qualsivoglia Corpo di perseverare nel suo stato, sia di quiete, o di movimento. Questa forza è uno de' principj fondamentali delle Meccaniche, e non si manifesta, se non quando si tenta di mutare lo stato di un Corpo, ch' è in movimento, o in quiete: ella agisce egualmente in tutte le direzioni, ond' è distinta essenzialmente dalla tendenza, che hanno i Corpi sullunari verso la Terra; perocchè questa tendenza de' Corpi agisce solamente nella direzione perpendicolare all' orizzonte. Inoltre la forza d' Inerzia è solamente relativa in vece, che quella della gravità è assoluta, come vedremo più particolarmente a suo luogo.

52 Chiamasi *Attrazione*, o *Tendenza* l' avvicinamento di due Corpi, ognivoltachè non si scorge, o non si ha fondamento sufficiente per credere, che questi si movano in virtù di qualche forza esterna, che gli spinga. La forza, che produce i fenomeni d'attrazione, si considera come interna ai Corpi, o dicasi inerente alla materia. Questa forza si

manifesta in moltissimi luoghi, e riscontri, onde si considera come uno de' principj primarj, che produce il movimento nella natura, e suole denominarsi con differenti vocaboli.

La tendenza mutua, che s'osserva nel sistema Planetario, e pel cui mezzo questi Corpi sono ritenuti nelle loro orbite, si chiama *Gravitazione universale*, o *Forza centripeta*, la cui efficacia risulta essere in proporzione reciproca dei quadrati delle distanze.

Sebbene la naturale caduta de' Corpi sulla Terra sia un effetto della Gravitazione universale, nulladimeno la forza, che cagiona questa caduta, suol appellarsi *Gravità terrestre*, o semplicemente *Gravità*, a motivo, che si osserva egualmente efficace in tutti i siti della Terra, che sono all' istessa latitudine. Un Corpo cade con eguale prestezza sia, che lo sperimento si faccia in sito profondo, o sopra un alto monte; poichè le valli, e i monti, ne' quali possiamo fare delle sperienze, sono quantità piccolissime rispetto al diametro della Terra; ma se il medesimo Corpo si porterà in altre elevazioni di Polo molto distanti, si tro-

verà, che la ſua caduta rieſce più lenta andando verſo l'Equatore, e più veloce, ſe ſi traſporti il Corpo verſo i Poli.

Il Neuton ſtabiliſce, che la gravità ſotto la linea Equinoziale ſtà a quella ſotto il Polo, come 229 a 230, e che l' accreſcimento nel traſportare il Corpo dall' Equatore al Polo è a un di preſſo, come i quadrati dei ſeni degli angoli di latitudine.

Allorchè ſi conſidera ancora la quantità della materia coſtituente il Corpo, allora l' azione della gravità terreſtre chiamaſi *Peſo*.

53 Oltre la tendenza, di cui abbiamo parlato nel paragrafo antecedente, un' altra ſpecie d'attrazione ha ſcoperto Neuton negli elementi primi dei Corpi, pel cui mezzo ſi giunge a dare ragione di molte proprietà particolari, e di molti fenomeni, che i Corpi ſullunari dimoſtrano, come ſono l'Adeſione, l'Elaſticità, la Durezza, la Fluidità, la Solidità, la Diſſoluzione di molte materie, la Coagulazione di altre, la Fermentazione, l'Effervеſcenza, la Salita de' fluidi nei tubi capillari, e altri conſimili effetti.

L' eſi-

L' esistenza di tal' attrazione si dimostra col mezzo di un numero grandissimo di fenomeni. Per esempio, la figura sferica, che acquistano le gocce d' acqua, deriva da questa forza; lo stesso dicasi dell' unirsi insieme, e incorporarsi, che fanno in forma di sfera due piccoli globetti di mercurio.

Se due pezzi di specchio, di marmo, di metallo ec., i quali hanno le loro superficie ben liscie, e secche, sono adattati l' uno sopra l' altro, questi s'attraggono fortemente sì nell' aria libera, che nel vuoto; onde la causa della loro unione non può attribuirsi alla pressione esterna dell' aria. L' acqua posta dentro un bicchiere è attratta dalle pareti del bicchiere, onde trovasi ivi più elevata, che nel mezzo, se il bicchiere non sarà pieno; ma un effetto contrario s' osserverà, se lentamente si aggiungerà acqua, finchè il bicchiere ne potrà contenere. L' aria è pure fortemente attratta da molti Corpi solidi, dalla superficie de' quali si stacca difficilmente, ed è pure fortemente attratta dall' acqua, e da molti altri liquori, poichè con istento si giunge a disimpe-

gnarla da questi, e ben presto ritorna a insinuarsi in essi, se è lasciata in libertà.

Si attribuisce pure alla detta attrazione la formazione artificiosa, o accidentale di molti Corpi. Se casualmente lo spirito acido, o l' olio di vitriolo s' avvicina a un Corpo combustibile, si uniscono tosto insieme queste due sostanze, e si produce il solfo comune; si genera poi un sale nell' accostarsi di un acido con un alcali. I metalli si scavano dalle viscere della terra assai diversi da ciò, che noi gli adoperiamo; poichè le loro particelle sono nella mina sparse, e mescolate con diversi Corpi eterogenei, dai quali coll' arte venendo noi a separarle, s' uniscono queste fra loro con molta forza, e costituiscono Corpi sodissimi.

54 L' attività dell' attrazione fra gli elementi dei Corpi decresce in una proporzione maggiore dell' inversa dei quadrati delle distanze. Di quì avviene, che questa forza non ha azione sensibile verso i Corpi celesti, anzichè si dimostra facilmente, che, quando ella trovasi sminuita nell' inversa dei cubi d' esse di-

ſtanze, rieſce di già inſenſibile a piccoliſſimi intervalli.

Per mezzo di queſta nozione, e avendo anche preſente il contatto diverſo, che naſce dalla differente ſigura delle particelle elementari dei Corpi, ſi ſpiegano facilmente molte proprietà particolari, e molti fenomeni. Per eſempio, ſe gli elementi di un Corpo ſaranno di figura sferica, e di ſuperficie ben liſcia, eſſi ſaranno nel minor contatto poſſibile; onde, ſe la legge d'attrazione s' allontanerà aſſai dall' inverſa dei quadrati delle diſtanze, queſti corpuſcoli ſi ſepareranno fra di loro con gran facilità, e traſcorrendo gli uni ſopra gli altri formeranno un Corpo ſluido; ma, ſe le dette particelle avranno una ſuperficie ſcabroſa, o raſſomigliante alla paralellepipeda, ſiccome in queſto caſo il loro contatto creſcerà, così maggiori ancora ſaranno gli effetti dell'attrazione, i quali impediranno alle particelle di traſcorrere come prima; onde il Corpo ſi manifeſterà in forma ſolida, e queſta ſolidità riuſcirà maggiore a miſura, che la legge d' attrazione s' accoſterà alla proporzione inverſa dei quadrati delle diſtanze.

La diversa legge nell'attrazione degl' elementi de' Corpi produce pure un gran numero di fenomeni diversi nelle operazioni chimiche, come vedremo al capo ottavo. In questa scienza l' attrazione suole appellarsi coi vocaboli d'*Affinità*, o *Convenienza de' Corpi*. Fin adesso i Chimici si sono contentati di cercare la sola proporzione aritmetica di questa forza, e di farne un indice, dicendo per esempio, che gli acidi hanno maggior affinità cogli alcali, che coi metalli ec.

55 Due altre specie d' attrazione s'osservano ancora, le quali però sono particolari ad alcuni Corpi solamente, e sono l' attrazione *Magnetica*, e l' *Elettrica*.

Si ha riscontro della prima nell'osservare, che due pietre di calamita si attraggono scambievolmente, attraggono il ferro, e molti altri Corpi: s'attribuisce poi all' attrazione elettrica l' avvicinamento della paglia, dei foglietti d' oro, e d' argento a un vetro fortemente strofinato. Se per mezzo della macchina elettrica un Corpo sarà reso molto elettrico, e indi a competente di-

ſtanza s'approſſimeranno diverſi foglietti d' oro, d' argento, o limatura di ferro, d' ottone ec., queſti corpicciuoli saranno fortemente attratti dal Corpo elettrico.

Quando ſi fa queſta ſperienza avviene, che i corpicciuoli attratti dopo avere toccato il Corpo elettrico sfuggono con gran preſtezza, e ſe ne allontanano, finchè tocchino un altro Corpo non elettrico, dopo del che ritornano ben preſto a toccare il Corpo elettrico, e così continuano la vicenda d' avvicinarſi, e allontanarſi dal Corpo elettrico. Tal fenomeno dimoſtra, che oltre la forza d' attrazione un' altra ſe ne dà, che fa un effetto contrario, e che perciò forza *Repulſiva* ſi chiama, della quale ſe ne hanno molti altri riſcontri.

56 Nelle pietre di calamita vi ſono anche i due Poli Auſtrale, e Boreale. Allorchè ſi collocano da vicino due calamite in modo, che i due Poli Auſtrali, o Boreali ſi corriſpondano, toſto le due pietre ſi reſpingono ſcambievolmente, e s' allontanano l' una dall' altra, il che s' attribuiſce pure alla forza Repulſiva.

Nel voler meſcolare il mercurio coll' antimonio dentro un mortaio di ferro, la forza Repulſiva è tale, che, per quanta fatica ſi faccia, l' operazione è ſempre da capo. S'oſſerva pure la forza Repulſiva, allorchè ſi tenta di ſtemperare nell' acqua certi colori per dipingere, poichè per meſcolare a dovere il liquore col colore è neceſſario adoperare un acido, con cui il colore abbia affinità, come ſarebbe l' aceto, il ſugo di limone ec. La forza Repulſiva ha pure luogo fra l'acqua, e le materie olioſe, o graſſe. Una palletta di ſughero unta con graſſume, e poſta nell' acqua produce un incavo, che ſerve come di ricettacolo alla palletta ſenza quaſi toccarla. Simili incavi s' oſſervano pure nel camminare di certi animaletti ſopra l' acqua a cagione, che eſce dai loro piedi un ſudore craſſo. Alla medeſima forza Repulſiva s' attribuiſce la proprietà d'alcuni uccelli, i quali ſi fermano lungamente nell'acqua ſenza bagnarſi le penne.

CAPO QUARTO

Dell' Adesione, della Durezza, dell'Elasticità, e della Mollezza dei Corpi.

57 Fralle proprietà particolari de' Corpi quelle, che più importa conoscere, sono l' Adesione, la Durezza, l' Elasticità, e la Mollezza, poichè di esse se ne fa uso grandissimo nell'Artiglieria, e nell' Architettura Militare, e Civile. In questo capo addurremo solamente le principali nozioni fisiche intorno le mentovate proprietà, riserbandosi di trattare nei debiti luoghi della loro teoria fisicomeccanica, e di dare la conveniente norma per applicarla alla pratica.

La forza, colla quale stanno uniti gli elementi dei Corpi, e che s'oppone all' attuale loro separazione, si chiama *Forza d' Adesione, di Coesione*, o *di Tenacità.* Quando però noi badiamo alla maniera sensibile, con cui sono disposti questi elementi, per ispiegare in qualche modo, da che proceda la disparità di forza fra Corpi diversi, allora coll'Ade-

ſione, e Coeſione intendiamo additare, che la repugnanza nello ſpezzare un Corpo naſce unicamente dal contatto, e dall' attrazione degli elementi; ſolendo in queſto caſo manifeſtarſi le particelle ſenſibili nella ſezione di rottura ſotto una figura raccolta, come ſuccede nel rompere il ferro da fondita, il bronzo delle campane, e molte pietre, che dimoſtrano un granito nella rottura. Colla Tenacità poſcia ſi vuole ſignificare, che oltre all' attrazione, e al contatto delle particelle ſenſibili, queſte ſono fra loro conneſſe, o intralciate per via di fibre, e di lamelle, o altre conſimili figure lunghe, o ramoſe, come s' oſſerva nel rompere il rame ben depurato, il ferro da fucina dolce, e la maggior parte dei legni: colla Tenacità ſi vuole anche additare, che l'unione delle particelle ſenſibili procede dall'eſſere queſte glutinoſe, viſcoſe, o craſſe. Per la qual coſa è neceſſario il ben diſtinguere queſti vocaboli, ognivoltachè ce ne ſerviamo per indicare un modo fiſico della forza, di cui parliamo; ma ſarà arbitrario l'uſare qualſiſia di loro indiſtintamente, ognorachè ſi tratta ſolamente di miſurare la quantità di queſta forza.

58 L' Adesione, e la Tenacità si distinguono in *Naturale*, e *Artifiziale*, chiamandosi naturale quella delle pietre, del legno, e di tutti i Corpi prodotti immediatamente dalla natura, e si dice artifiziale quell' altra, che si osserva in certi Corpi, nella formazione de' quali concorre l' industria umana, come sono alcuni Corpi metallici, il vetro ec. Si comprende pure nell' Adesione, e Tenacità artificiale l' unione di due, o più Corpi prodotta da qualche materia fra essi interposta, come sono la *colla*, *la saldatura*, *il mastico*, *il calcestruzzo*, e altre simili materie.

59 Si chiama *Duro*, e *Inflessibile* quel Corpo, i cui elementi stanno così saldamente fra loro uniti, che, resistendo a qualsivoglia urto, o pressione, ciascheduno d' essi conserva la stessa sua posizione riguardo a tutti gli altri, vale a dire, che la figura tutta del Corpo è inalterabile.

Il diamante è il Corpo più duro, che finora sia stato scoperto, ma, siccome si può sminuzzare, avviene, che noi non conosciamo ancora nessun Corpo perfettamente duro; onde gli consi-

deriamo ſolamente tali riſpetto a una data forza, o riſpetto ad altri Corpi.

Se il Corpo, eſſendo percoſſo, o compreſſo da mediocre forza, ſi ſpezzerà, o ſi feſſurerà, come ſuccede nel vetro, in molte pietre comuni, e in diverſi metalli compoſti, allorchè ſono riſcaldati, in tal caſo il Corpo ſi dirà *Frangibile*, *Crudo*.

60 Se gli elementi del Corpo percoſſo, o compreſſo mutano la loro poſizione relativa, ſenza però diſunirſi ſenſibilmente, il Corpo ſi chiama *Fleſſibile*, e ſe, ceſſata l'azione eſterna, il Corpo ritorna nella priſtina ſua figura, ſi chiama *Elaſtico*, e ſi conſidera perfetta l' elaſticità, ſe la figura, che il Corpo riacquiſta, è preciſamente la primiera; ma diceſi imperfetta l' elaſticità, ſe la figura s' approſſima ſolamente alla primiera, nella qual coſa ſi danno però diverſi gradi. Noi non conoſciamo ancora verun Corpo, che ſia perfettamente elaſtico; molti ſe ne danno però, ne' quali l' elaſticità è poco meno, che perfetta, come ſono l' acciaio temperato, il vetro, l'avorio, e la maggior parte delle pietre prezioſe. Moltiſſimi altri Corpi poi

ſi conoſcono, ne' quali l'elaſticità è più, o meno imperfetta, come ſono le pietre comuni, i metalli, i ſolidi, che ſi ſcavano dalle viſcere della terra, le parti ſolide dei vegetabili, diverſe parti degl' animali ec.

61 Finalmente ſi chiama *Molle* quel Corpo, in cui le particelle coſtitutive ſi diſordinano facilmente, e ſi confondono. Allorchè però il diſordine, e la confuſione ſuccede ſenza diſunione ſenſibile delle parti, come avviene alla cera, al ſevo, alle peci, alle gomme, e a molti metalli ben depurati, come a dire all' oro, all' argento, al rame, e al ferro da fucina, in tal caſo il Corpo ſi dice *Arrendevole*, e ne' metalli ſi chiama anche *Maleabile*.

Si dee però quì oſſervare, che per l' ordinario ſi danno nel medeſimo Corpo due, o più delle mentovate proprietà particolari: per eſempio, l'oro, l'argento, e il rame ben depurati ſono maleabili, e tenaci; il ferro da fondita, e il bronzo delle campane ſono duri, e poco tenaci, l' acciaio temperato è duro, ed elaſtico, il vetro è elaſtico, e frangibile, e così di altre conſimili combinazioni.

62 Tutte le mentovate proprietà ſono ſuſcettibili d' incremento, e di diminuzione ſino a un certo ſegno; verbigrazia ſi può accreſcere la forza di tenacità in diverſi metalli col depurarli maggiormente, o condenſandoli col martello; ſi può in queſti ſminuire, o togliere affatto la maleabilità, meſcolandoli con un altro metallo, come ſi pratica nel formare il bronzo, in cui la materia dominante eſſendo il rame, queſto s' inrigidiſce a miſura, che ſi meſcola con maggior porzione di ſtagno. L'oro perde interamente la ſua maleabilità, s'è meſcolato col mercurio, abbenchè queſto ſia in pochiſſima quantità. La malta de' muratori perde aſſai nella ſua adeſione, ſe nell' eſſere meſſa in opera è meſcolata con poca terra. Se l' argento, il rame, l' acciaio ſono maggiormente condenſati col martello, diventano più elaſtici.

Il caldo, o il freddo ſono pure un mezzo proprio per diverſificare in molti Corpi le proprietà ſuddette: imperciocchè tutti i metalli, i ſemimetalli, il vetro, le peci ec. ſcapitano aſſai nella loro forza d'Adeſione, allorchè s'accre-

ſce in eſſi notabilmente il calore. L'acciaio arroventito rieſce molle, ma, ſe s'immerge immantinente nell'acqua fredda, diventa duriſſimo. In altri Corpi poi il calore fa un effetto contrario, come nei mattoni, nelle tegole, nei quadrucci, e in tutti i vaſi d'argilla, i quali s'induriſcono a miſura, che più ſtanno eſpoſti al fuoco. Il calore ſminuiſce l'elaſticità in molti Corpi, come ſuccede nei metalli, e il freddo l'accreſce, ma l'ecceſſo in queſto gli rende frangibili. Effetti contrarj ſi manifeſtano poi nell'elaſticità dell'aria; poichè, ſe queſta è imprigionata in una veſcica ben chiuſa, la ſua elaſticità è maggiore a miſura, che creſce il calore, e per l'oppoſito è minore, ſe queſto ſminuiſce.

63 Per miſurare i diverſi gradi d'efficacia nelle diviſate proprietà ſi fa uſo della gravità, o dell'impulſione, adoperando una di queſte due forze in quella maniera, che meglio conviene nei caſi particolari. Per eſempio la forza d'Adeſione ſi miſura per mezzo di quel peſo, che arriva a potere ſchiantare, feſſurare, o ſchiacciare il Corpo; e così ſe uno ſpago tratto ſecondo la ſua lun-

ghezza si rompe col peso di libbre quindeci, si dirà, che la tenacità dello spago è di libbre 15: se una corda di cembalo tratta secondo la sua lunghezza si rompe col peso di libbre venti, si dirà, che l' adesione di questa corda è di libbre 20.

Nello strapparsi del Corpo, di cui si misura l' adesione, si producono sempre due nuòve superficie eguali nel sito della rottura, che *sezioni di rottura* si chiamano; e allorchè l'Adesion e è uniforme in tutti i punti fisici, o in tutte le fibre, che sono nella sezione di rottura, questa forza è proporzionale al numero delle fibre, o dicasi alla quantità di sezione. Se un filo è stato strappato dal peso di libbre 4, una corda composta con 30 di questi fili sarà strappata dal peso di libbre $4 \times 30 = 120$ libbre.

E però se S esprime la sezione di rottura di un Corpo, P il peso, che la produce, ed s esprima la sezione di rottura di un altro Corpo della medesima materia del primo, e p il peso, che la produce, sarà $S : P = s : p$; onde $Sp = sP$.

Se per mezzo di una sperienza si conosceranno due di queste quantità, e

che la terza ſia data, o ſuppoſta cognita, ſarà facile trovare la quarta.

Siccome i peſi, che eſprimono la forza d'Adeſione, ſono proporzionali alle ſezioni di rottura, così, ſe i Corpi confrontati, oltre all'eſſere della medeſima materia, ſaranno anche di figura ſimile, queſti peſi ſaranno in proporzione duplicata dei lati omologhi d'eſſe ſezioni. Se un piccolo cilindro di ferro ſarà ſchiantato da un peſo di libbre 250, un altro cilindro dello ſteſſo ferro, che abbia il diametro quintuplo del primo, ſarà ſchiantato da 25 volte il peſo di libbre 250, cioè da libbre 6250.

64 Per fare il confronto della forza d'Adeſione nei Corpi di materia eterogenea è poi neceſſario, che le ſezioni di rottura ſiano eguali fra di loro. Eſſendo ſtate fatte dalle ſperienze coi ſeguenti metalli depurati a dovere ſi ſono ottenuti i minori peſi corriſpondenti alla ſezione di rottura, come accenniamo nella tavola.

TAVOLA

De' minori pesi esprimenti l'Adesione
assoluta de' seguenti metalli.

	Sezione di rottura	
	Di un punto superficiale.	*Di un piede superficiale.*
Piombo ordinario libbre	75 .	1555200.
Stagno fino d'Inghilterra	125 .	2592000.
Ferro da fondita, o sia Ghiza	300 .	6220800.
Bronzo composto col rame ordinario, e $\frac{1}{6}$ di stagno d'Inghilterra	390 .	8087040.
Bronzo composto col rame suddetto, e con $\frac{1}{8}$ stagno d'Inghilterra	450 .	9331200.
Rame ben depurato .	750 .	15552000.
Ferro da fucina ordinario . . .	850 .	17625600.
Altro dolce, e ben manipolato alla fucina	1200 .	24883200.

Si dee quì osservare, che, quando si fanno le sperienze per misurare l'Adesione dei Corpi, e specialmente l'artificiale, si debbono ripetere alcune volte le

le ſperienze per avere una medietà, e ciò perchè s' incontrano facilmente delle diſuguaglianze nella teſſitura delle particelle coſtitutive del Corpo.

65 La forza degli elaſtri, e delle molle ſi miſura pure col mezzo di un peſo, tentiſi di piegare maggiormente, o di diſtendere queſti Corpi. Sia CFD un elaſtro appoggiato ſopra una tavola ſalda AB, e nel mezzo F dell' elaſtro ſi ſoprappongano diverſi peſi, queſto ſi diſtenderà da ambe le parti, finchè il punto F tocchi il piano AB. Il peſo P, che riduce l' elaſtro in queſto ſtato, eſprime la forza della ſua elaſticità. Se GKH ſarà un arco d' acciaio temperato fiſſo in K, ſe, attaccando nel mezzo della corda GH un peſo L, queſto ridurrà l' arco nella poſitura MKN, il peſo L eſprimerà la forza, che ha l' arco ridotto in queſto ſtato. FIGURA IV.

L'arrendevolezza dei Corpi differenti ſi può pure confrontare, e miſurare col mezzo di quei peſi, che ſono capaci a far paſſare i medeſimi Corpi per una determinata trafila.

66 Si confronta la durezza de' Corpi per mezzo della percoſſa adoperata in

modo , che laſci le veſtigia della ſua forza, ſervendoſi perciò di qualche punteruolo, o tagliente; affinchè con eſſo ſi ſegni, o s' incida il corpo duro percoſſo.

Nella ſeguente tavola ſi vede regiſtrato il riſultamento delle ſperienze fatte con diverſi metalli ſemplici, e compoſti per confrontarne la loro durezza. Queſti metalli ſi ſono provati colla forza di un dado di ferro, il quale cadendo da una invariabile altezza percuoteva ſopra un punteruolo d' acciaio di figura conica; onde gli effetti del percuotimento eſpreſſi negl' incavi prodotti ſono in triplicata proporzione delle immerſioni. Se poi ſi prenderanno inverſamente i numeri, che eſprimono queſt' incavi, s' avrà il ragguaglio nella durezza. Per eſempio ſi dirà, che la durezza del rame ſtà a quella dello ſtagno, come 2250 a 450; come 5 : 1, e così di altri confronti.

RISULTAMENTO

DELLE SPERIENZE

				Immersioni del punteruolo nei metalli.	*Capacità dell' incavo prodotto.*
Metalli primarj.	Stagno fino d' Inghilterra . atomi			28. $\frac{1}{4}$	2250
	Rame puro . . .			16. $\frac{1}{2}$	450
	Ottone di Germania . . .			13. $\frac{1}{2}$	246
	Rame	Ottone	Stagno		
composti fatti coi detti metalli primarj.	100		25.	8.	51
	100		20.	8. $\frac{3}{4}$	68
	100		14.	10.	100
	100		12.	10. $\frac{1}{2}$	116
	100	100	24.	9. $\frac{1}{4}$	78
	100	28	16.	9.	73
	100	28	8.	12.	173
	100	20	5.	12. $\frac{1}{4}$	183
	100	20	2.	13.	220
	100	6	12.	10.	100

67 Finalmente si potrà far confronto della mollezza dei Corpi per mezzo della percossa, o della gravità. Nella Dinamica noi tratteremo diffusamente della prima maniera; onde di presente si farà solamente osservare, che per misurare la mollezza dei Corpi colla gravità basterà lasciare, che il medesimo Corpo duro riposi per ugual tempo sopra ciascheduna delle materie molli, e il rapporto degl' incavi, ch' esso produrrà, servirà a esprimere quello della mollezza dei Corpi.

Se il peso P del Corpo duro si dividerà per la superficie S della base, con cui s' appoggia, il quoziente $\frac{P}{S}$ indicherà, quanto sostiene di peso ciascun punto fisico corrispondente alla base nel Corpo molle. Tal espressione serve a far
FIGURA V. conoscere, che, se un cono tronco ABCD sarà posato sopra materie molli, la forza, con cui comprimerà, o sia la profondità dell' incavo, che formerà il detto cono posato sulla gran base AD, starà alla profondità formata dal medesimo cono posato sulla piccola base BC reciprocamente, come la superficie minore

BC ſtà alla maggiore AD. Perciò, ſe la ſuperficie BC ſi ſupporrà, che diventi infinitamente piccola, vale a dire, che il cono diventi intero, la forza, con cui queſto eſſendo appoggiato colla ſua cima agirà nel Corpo molle, ſarà infinita riſpetto all'altra forza, con cui agiſce, quando è poſato ſulla baſe del cono. Da queſto ſi comprende, perchè nel primo caſo il cono poſſa produrre un incavo ben diſtinto, quandochè nel ſecondo caſo nè pure laſcia le veſtigia della ſua compreſſione. Queſta è parimente la cagione, per cui i taglienti, e i punteruoli s' introducono così facilmente anche nei Corpi conſiſtenti.

Dall' eſpreſſione $\frac{P}{S}$ ſi deducono pure delle rifleſſioni, e dei ripieghi molto utili nell' Architettura Militare, e Civile. Per eſempio quando un terreno, ſu cui ſi dee fabbricare, è ſoggetto a comprimerſi qualche poco, affine di prevenire, o di ſminuire tal coſa, baſta in molti riſcontri fare le fondamenta aſſai più groſſe di ciò debbano eſſere le mura fuori di terra, affine di accreſcere con tal mezzo la baſe S, ſu cui dee

gravitare il medesimo peso P della fabbrica. Regolandosi col medesimo principio, affine di non aggravare di troppo una piccola parte E del muro, o pilastro FGHI col peso del tetto, o di una statua, in vece di posare il cavalletto K, che sostiene il tetto, o il piede della statua immediatamente nel sito E, si mette nel primo caso una trave FMLG, e nel secondo una larga pietra, affinchè il peso sostenuto dal cavalletto K, o quello della statua sia compartito in tutta la lunghezza, e spessezza del muro, o del pilastro; e così dicasi di altri simili casi.

FIGURA V.

CAPO QUINTO

Degli elementi sensibili de' Corpi, e primieramente della Terra, e dell' Acqua.

68 La semplice osservazione ci ha fatto conoscere il sistema dei gran Corpi, che compongono l'Universo (cap. 1). Per mezzo dell'osservazione, e delle sperienze fisiche si sono scoperte le proprietà

comuni, e particolari dei Corpi (cap. 2, 3.). Rimane ora, che si consideri il risultamento delle sperienze chimiche, e di altre analisi per acquistare una cognizione più intima de' Corpi sullunari, i quali si distinguono in quattro classi, cioè *Animali*, *Vegetabili*, *Fossili*, e *i Corpi dell' Atmosfera.*

Sebbene molti insigni Filosofi abbiano fatti reiterati tentativi, specialmente da un secolo in quà per iscoprire, in che consista precisamente la natura del Corpo, sono nulladimeno finora riuscite vane le loro ricerche. La divisibilità della materia in parti così minute, che non cadono sotto i nostri sensi, quantunque questi siano coadiuvati dall' arte, fa conoscere la difficoltà, che s'incontra per acquistare col mezzo delle osservazioni, e delle sperienze una giusta idea delle unità, e degli elementi primi de' Corpi. Con tutta ragione adunque i Filosofi hanno poste in questi ultimi tempi tutte le loro premure nel rintracciare i primi elementi sensibili dei Corpi sullunari, come quelli, che sono a noi più vicini, e a scoprire le loro proprietà principali.

69 Per mezzo d' una giudiziosa, e ripetuta analisi fatta sulle quattro classi dei Corpi sullunari si è riconosciuto, che i primi elementi sensibili di tutti questi Corpi sono quattro, cioè *Terra*, *Acqua*, *Aria*, *e Fuoco*, e che dalla combinazione la più semplice, che con alcuni di questi principj far si possa, nascono due composti, che *Elementi secondarj* dei Corpi s' appellano, e sono le *Materie Saline*, *e le Oliose*.

70 La Terra, o sia l' Elemento terreo concorre nella formazione dei Corpi animali, de' Vegetabili, e de' Fossili solamente. Egli è fisso di sua natura, poichè, dopo essere stato separato dagli altri elementi, e ridotto alla sua purità, resiste a un fuoco violentissimo, nè può in alcun modo essere volatilizzato. Le terre però, che si rinvengono, analizzando i Corpi, hanno proprietà differenti a misura, che provengono da Corpi di diversa qualità, lo che dà a divedere, che o l' arte non ha ancora potuto spogliare affatto l' Elemento terreo da qualsivoglia altra sostanza eterogenea, o pure, se queste terre sono ridotte alla loro purità, differiscono fra

loro nella combinazione de' principj insensibili, provenga ciò o dalla grandezza, o dalla figura, o dalla sola disposizione delle unità prime, che compongono quest'Elemento sensibile, la qual cosa non siamo nè pure in caso di determinare.

71 L' Elemento terreo si distingue in quattro specie primitive, e sono

1.° La Terra alcalina, assorbente, o calcarea.

2.° La Terra gessosa.

3.° L' argillosa.

4.° La vetrificabile.

La prima specie di Terra esposta a un fuoco sufficiente si converte in calcina da murare.

La seconda specie produce il gesso per diversi usi particolari nelle fabbriche civili. La Terra argillosa poi, volgarmente detta *Terra de' Pentolaj*, serve per formare diversi vasi, le tegole, i quadrucci, i mattoni ec., e quando questa argilla è ben pura, s' adopera specialmente in qualità di malta, e di mattoni nella costruzione delle fornaci per fondere le Artiglierie, e di altri forni di riverbero. Nella quarta specie finalmen-

te ſi comprendono i ciotti da laſtricare le contrade, e l'arena da murare, i pirriti, le quali materie inoltre eſſendo meſcolate con una competente doſe di ſoda, o di altro conveniente alcali ſervono a formare le diverſe qualità di vetro, di cui facciamo uſo.

Le notizie più diſtinte intorno l'Elemento terreo eſſendo proprie, e particolari agl' Ingegneri, formano perciò la prima parte del libro quinto della noſtra Architettura Militare.

72 L'Acqua è un elemento dei Corpi animali, e vegetabili. Queſta ſoſtanza è cognita da tutti come diafana, inſipida, e per lo più fluida.

Le proprietà particolari dell'Acqua ſono

1.° Di eſſere facilmente volatilizzata dal fuoco, e ridotta in vapori.

2.° D' introdurſi facilmente ne' pori di molti Corpi, e ſpecialmente de' vegetabili, e degli animali.

3.° Di non poterſi quaſi comprimere nello ſtato di fluidità.

4° Di congelarſi a un grado moderato di freddo, e d' accreſcere il ſuo volume in queſto ſtato.

73 L'Acqua volatilizzata, e convertita in vapori s'innalza nell'atmosfera, finchè giunge a quell'altezza, ove la ſua denſità è uguale a quella dell'Aria. Allorchè i vapori ſono in gran copia nell' atmosfera, ſi dice, che l'Aria, che il tempo è umido, e ſe i vapori ſparſi nell' atmosfera ſono in pochiſſima quantità, ſi dice, che il tempo è ſecco. I diverſi gradi d'umidità, che regna nell'Aria, ſi miſurano per mezzo di uno ſtromento denominato *Igrometro*, il quale ſi può coſtruire in diverſe maniere.

I vapori innalzati nell'atmosfera ci fan vedere tutte le meteore acquee, come ſono la Rugiada, la Brina, la Nebbia, le Nuvole, la Pioggia, la Neve, e la Gragnuola. L'Iride ſi comprende anche nelle meteore acquee, eſſendo prodotta dalla luce del Sole, la quale battendo in una nube, che ſi ſcioglie in pioggia minutiſſima, ſi riflette poi verſo lo ſpettatore, che volge le ſpalle al Sole. Se dopo eſſerſi empiuta la bocca d'acqua limpida, queſta ſi cacci fuori in minutiſſime gocce molto ſparſe, e ſi volgano le ſpalle al Sole, ſi vedrà in eſſe l'Iride.

74 L'Acqua manifesta una gran forza in diverse maniere. Se l'Acqua si mette al fuoco dentro un vaso in modo, che comunichi coll'Aria esterna, come si fa tutto dì nella cucina per far cuocere diversi alimenti, allora si scalda solamente sino a un determinato grado, ed è, quando si producono le ebollizioni. I vapori, che in questo caso s' innalzano, non hanno molta forza; ma se l'Acqua sarà chiusa dentro un vaso a segno di non poter comunicare coll'Aria esterna, il calore, che acquisterà in tali circostanze, riuscirà assai maggiore di prima, e i suoi vapori giungeranno a segno di accrescere dieci mille volte, e più il suo volume, manifestando un' elasticità, e forza superiore assai di una uguale quantità di polvere accesa; poichè, se questi vapori si sprigioneranno tutt' a un tratto, e agiranno contro una palla da pistola posta dentro la canna, questa palla sarà cacciata con maggior impeto di quello, che avrebbe da un' uguale quantità di polvere. Se dentro una granata si metta una quantità d'acqua, che occupi $\frac{1}{4}$ in circa del vano interno, e indi chiuso esattamente, e con gran forza

il buco, ſi getti la granata dentro un gagliardo fuoco , l' Acqua nell' interno ſi converte in vapori, i quali fanno ſcoppiare la granata con grande ſtrepito, slanciando i pezzi tutto d' intorno con gran veemenza.

L'Acqua convertita in vapori è pure capace di dare un moto continuato a macchine aſſai compoſte, e grandi. Un tal ripiego ſi uſa in quei paeſi, ne' quali la ſpeſa della legna è minore di quel, che ſarebbe, ſe altri mezzi adoperar ſi voleſſero per li medeſimi fini.

75 Se una quantità d'Acqua cade ſopra un Corpo molto caldo, ond'eſſa non abbia tempo da convertirſi tutta in vapori, come quando ſi getta Acqua ſopra un metallo liquefatto, queſta ſi diſſipa con grande ſtrepito, e con impeto tale, che fa ſaltare tutto d' intorno il metallo ſquagliato, il quale s' attacca fortemente a'Corpi, che incontra. Affine pertanto di tener lontana qualunque umidità nel fondere le Artiglierie, ſi fanno ſcaldare aſſai tutti gli ſtromenti, e ordigni, che debbono toccare il metallo ſquagliato, e ſi fa fuoco ne'canali, per li quali il metallo dee poi ſcorrere per

passare dalla fornace nelle forme, senza le quali precauzioni succedono degli accidenti funesti.

76 I nostri alpigiani fanno uso della seconda proprietà dell' Acqua (§. 72) per ispezzare i gran sassi con poca fatica: a questo fine fanno nel sasso una fessura, o incavatura, nella quale introducono a forza alcuni pezzi di legno in forma di cuneo, sopra de' quali gettano Acqua, e soprappongono anche un qualche straccio assai umido per inzupparghi maggiormente.

Questi legni così inzuppati fanno tanta forza, che o spezzano il sasso, o si disfanno essi medesimi, quando la resistenza del sasso supera l' azione dell' Acqua. Se, dopo aver attaccato un peso all' estremità di una corda fitta in alto, si bagni la corda, nell' inzupparsi questa d'Acqua si contrae, e il peso attaccato al fondo s' innalza. Questo ripiego fu molto opportuno in Roma, allora che per ornamento di quella Città si collocò ritto in piede l' ultimo Obelisco.

77 Dalla proprietà, che ha l' Acqua d' accrescere di un' ottava parte incirca

il ſuo volume, allorchè ſi congela, avviene, che, quando s' empie d' Acqua per intero una capacità, e ſi chiude fortemente, l' Acqua nel congelarſi fa uno sforzo grandiſſimo contro le pareti della medeſima capacità. Queſta forza è tale, che crepa canne di ferro, le quali ſparate più volte hanno reſiſtito a una carica gagliarda di polvere.

Se s' empierà d'Acqua una granata di ferro, o di bronzo, indi ſi chiuderà il buco eſattamente pel mezzo d' una forte vite, o in altro modo equivalente, onde l' Acqua nel congelarſi non poſſa cacciare fuori il turaccio, e così chiuſa la granata s' eſporrà a un gran freddo, com' è quello prodotto dalla miſtura di due parti di ghiaccio, e una di ſalmarino, e ſi laſcerà ſepolta in queſta miſtura, finchè l'Acqua, che internamente contiene, ſiaſi agghiacciata, nel cavare la granata dalla neve ſi troverà ſpezzata, o ſquarciata notabilmente. Da queſta medeſima proprietà dell' Acqua trae pure origine lo ſpezzarſi, che fanno con iſtrepito molti alberi nell' inverno, allorchè, dopo eſſerſi inzuppati d' Acqua per cauſa delle precedenti

piogge, o della liquefazione delle nevi, ſopraggiunge repentinamente un gran freddo, e forte gelo. A queſta medeſima forza ſi dee pur attribuire lo ſpezzarſi di molti ſaſſi eſpoſti a un forte gelo, che contengono internamente qualche porzione d'Acqua.

CAPO SESTO

Dell' Aria, e de' Venti.

78 L' Aria è un elemento più volatile dell' Acqua, ed è di molti Corpi come parte coſtitutiva. Il tartaro, o gromma di botte ne contiene aſſai, e più ancora ne contiene il ſalnitro. Inoltre l'Aria circonda il globo terracqueo, e penetra in tutti i ſiti di queſto, che gli vengono aperti, e ne' quali non trovanſi materie di lei più peſanti.

Noi abbiamo biſogno di reſpirare continuamente queſt' elemento per vivere, e ſe avviene, che l'Aria ſi rarefaccia, o reſti troppo denſa, ne proviamo toſto dell' incomodo. Quegli, che diſcendono in pozzi molto profondi, o nei luoghi ſotterranei, ove ſi ſcavano mine

mine baſſe, incontrano un'Aria più denſa; per lo contrario, ſe ſi ſalirà alla cima d' un alto monte, ſi troverà, che l' Aria è molto rara; dimodochè talora ſi riſente difficoltà di reſpiro, aggravio di petto, e anche ſi cade in deliquio. Succede talvolta, che nelle prime ore gli oggetti ſembrano più piccoli del ſolito, che s' odono le parole altrui con una ſpecie di confuſione, e la fantaſia è così offuſcata, che quanto ſi vede, e ſi ode, ſembra, che ſia in un ſogno. Tali ſtraordinarie ſenſazioni continuano, finchè l'Aria, che trovaſi nel noſtro Corpo, ſiaſi rarefatta al ſegno, in cui è ridotta l'Aria eſterna alla cima del monte.

79 Se bene la materialità dell' Aria non cada ſotto il ſenſo della viſta, nulladimeno ſi trovano in queſt' elemento tutti gli attributi, e le proprietà comuni ai Corpi, come ſono l'eſtenſione, la diviſibilità, la reſiſtenza, la mobilità, il peſo ec. Movendoſi un ventaglio avanti la faccia ſi ſente, che qualche coſa di materiale agiſce contro di queſta; ſe ſi vuole movere il ventaglio con preſtezza, ſi ſente una reſiſtenza nella mano, che ſarà maggiore a miſura, che il

ventaglio ſarà più grande. Queſta ſperienza familiare ſerve a dimoſtrare la reſiſtenza dell'Aria, la mobilità, e l'azione ſua contro gli altri Corpi. Se dentro un pallone, o altro vaſo proprio s'introdurrà una gran quantità d'Aria in modo, che queſta più non poſſa sfuggire, ſi troverà, che il pallone, e il vaſo ſono divenuti più peſanti, col quale mezzo ſi ha una prova del peſo dell' Aria.

80 Le proprietà particolari dell' Aria ſono di poterſi rarefare, condenſare, e di eſſere elaſtica. Se, dopo aver imprigionato una porzione d'Aria dentro una veſcica ben chiuſa, queſta s' avvicinerà al fuoco, ſi vedrà, che la veſcica ſi dilata, e conſeguentemente, che l' Aria imprigionata ſi rarefà, poichè da qualſivoglia banda ſi comprima la veſcica, s' incontra una reſiſtenza: per lo contrario, ſe la veſcica ſi collocherà in ſito molto freddo, il ſuo volume ſminuirà notabilmente, nel qual fenomeno ſi ravviſa la condenſazione dell'Aria chiuſa.

Per mezzo di una ſciringa, o della Macchina Pneumatica ſi dimoſtra anche in diverſe maniere, che l' Aria ſi

può rarefare, e rendere molto densa.

Le seguenti sperienze provano l'elasticità dell' Aria. Se al vaso PTVQ s' adatti un tubo A D aperto in ambedue le estremità, e messa nel vaso una quantità d'Acqua RTVS, che sopravanzi l' estremità D del tubo, s' introduca poi per mezzo di una sciringa molt'Aria nel vaso, dentro cui si rattiene, chiudendo la chiavetta N, ogni qual volta s' aprirà questa chiavetta, l' Acqua escirà dal buco A formando uno spruzzo; perchè l' Aria imprigionata nella parte superiore RPQS preme di continuo colla sua elasticità sulla superficie RS dell' Acqua. Tal macchina si chiama il *Fonte d' Erone*, essendone questo Filosofo stato l' inventore. FIGURA VII.

L' impeto, con cui esce la palla dallo schioppo a vento, è pure un effetto dell' elasticità dell' Aria, ch' è stata imprigionata in gran copia nello schioppo.

Se dentro l'Acqua s' attuffa un bicchiere colla bocca volta all' ingiù, si vede, che l'Acqua s'introduce solamente qualche poco in esso, e che a qualsivoglia profondità sia immerso il bic-

chiere, ſuſſiſte ſempre il vano nella parte ſuperiore, ſebbene divenga minore, quando il bicchiere è in una maggior profondità, la qual coſa ſi attribuiſce alla reſiſtenza, che fa l'Aria colla ſua elaſticità. Col mezzo di tal proprietà ſi può far diſcendere un lume acceſo in fondo di un vaſo pieno d'Acqua. I Palombari fanno parimente uſo di queſta proprietà

FIGURA VIII

per diſcendere in fondo al mare GH, e fermarviſi lungamente; poichè ivi reſpirano l'Aria, che è nella parte ſuperiore LEM del vaſo BEC, al fondo del quale s' attaccano i peſi B, C, affinchè il vaſo non ſi volti ſottoſopra, e dia ſcampo all' Aria, che in tal caſo in forma di ebollizioni aſcenderebbe toſto alla ſuperficie del mare K I.

81 L'Aria dell' atmosfera gravita col ſuo peſo ſu tutti i Corpi terreſtri; il che ſi prova in molte maniere. Se ſi applicano due emisferj ABC, ADC uno ſopra

FIGURA IX

l' altro in modo, che ſi combacino eſattamente, e abbiano un vano interno EBFD, e da queſto s' eſtrae l'Aria a tutto potere, ſarà neceſſaria una gran forza, o un gran peſo G per ſepararle, la qual forza dovrà eſſere maggiore a

misura, che crescerà il diametro AC degli emisferj. Questo fenomeno s' attribuisce alla pressione esterna dell' Aria: imperciocchè, se si toglierà questa pressione col porre gli emisferj in mezzo alle fiamme, o sotto al recipiente della Macchina pneumatica, da cui s' estragga l' Aria, si vedrà, che un peso assai minore di G sarà capace a separare i due emisferj.

Se si prende un tubo HK di qualsivoglia diametro, la cui lunghezza sia di piedi 1. $\frac{2}{3}$, o più, e chiusa esattamente una sua estremità K, s' empia il tubo di mercurio, e così pieno s' immerge l' estremità H nel vaso L, in cui vi è altro mercurio, e si colloca il tubo in una positura verticale, si vedrà, che il mercurio del tubo discenderà fino in I, ove sarà stazionario, finchè lo stato dell' atmosfera non si muta; ma se il caldo, il freddo, il Vento, o qualsivoglia altra causa altererà la densità dell' atmosfera, il mercurio nel tubo ascenderà, o discenderà secondo, che l'Aria diverrà più pesante, o più leggiera. FIGURA X

Il tubo dispoſto in queſta, o in altra equivalente maniera, come MN, chiamaſi *Barometro*, e la diſtanza verticale HI, che corre tra la ſuperficie inferiore H, e la ſuperiore I del mercurio, chiamaſi *altezza del Barometro*, la quale nella maggior preſſione dell' atmosfera ſulla ſuperficie della Terra è di punti 213, nella mezzana preſſione di punti 207, e di punti 200 nella minore. Che l' altezza, a cui il mercurio ſta ſollevato ne' Barometri, o in qualſivoglia altro vaſo poſto nelle mentovate circoſtanze, dipenda unicamente dalla preſſione dell' atmosfera ſulla ſuperficie del mercurio poſto nel vaſo, ſi prova facilmente; imperciocchè, ſe ſi porterà queſta macchina ſopra un alto monte, ſi vedrà, che l' altezza del Barometro decreſce a miſura, che ſi ſale, e conſeguentemente, che s' incontra un' Aria meno denſa, e peſante, e ſi oſſerverà, che ſuccede il contrario, quando ſi traſporta il Barometro in ſito profondo; poichè ivi l' Aria è più denſa, e più peſante. Se nella parte ſuperiore K del tubo ſi farà un buco, per cui poſſa l' Aria nel medeſimo introdurſi,

e premere la ſuperficie I del mercurio, toſto queſto liquore precipiterà, e ſi ridurrà a livello con quello del vaſo; e ſe ſi proccurerà colla bocca, o con una ſciringa, o colla Macchina pneumatica di eſtrarre nuovamente l' Aria dal tubo a miſura, che queſta ſarà eſtratta, ſi vedrà aſcendere il mercurio nel tubo, ritornando quaſi alla medeſima altezza di prima, ſe l' Aria ſarà eſtratta a tutto potere.

Si poſſono fare dei Barometri anche con altri liquori, ma l' altezza di queſti rieſce maggiore a miſura, che il liquore è più leggiero del mercurio.

82 Se dentro un bicchiere A, o altro conſimile vaſo s' accende un poco di ſtoppa, la fiamma ſcaccia una parte dell'Aria contenuta nel bicchiere; onde, ſe in queſto mentre s' immerge il bicchiere ſotto ſopra in qualche liquore B, ſi vede, che il liquore aſcende nel bicchiere tanto più alto in C, quanto che è ſtata più attiva la fiamma, il che è pure effetto della preſſione dell' atmosfera ſulla ſuperficie del liquore B poſto nel gran vaſo. Per lo ſteſſo motivo, ſe dopo aver fatto ſcaldare una boccia di FIGURA XI

vetro DE, a cui ſia attaccato un tubo EF, s' immergerà toſto l' eſtremità F nel liquore B, ſi vedrà, che queſto aſcende, e occupa una parte della boccia DE, e che la parte occupata ſarà maggiore a miſura, che per mezzo del calore ſi ſarà ſcacciata maggior quantità d' Aria dalla boccia. L' operazione delle ventoſe, che fanno i Chirurghi è fondata ſu queſto principio.

L' uſo del ſifone per cavare un liquore da qualche vaſo ſenza movere lo ſteſſo vaſo, nè perforarlo dipende dal medeſimo principio. Se s' immerge un'
FIGURA XII eſtremità G del ſifone GKN nel liquore, e che dall' altra eſtremità N ſi cava l' Aria dal detto ſifone, il liquore contenuto nel vaſo aſcende toſto da G in K, e indi diſcende da K in N, e continua a così fare, finchè l' eſtremità G ſtà immerſa nel liquore.

Affinchè però queſto fenomeno ſi manifeſti ſempre, è neceſſario

1.° Che, tirata dal punto G la verticale GH, e dal punto K l'orizzontale KH, ſia GH eguale, o minore dell' altezza d' un Barometro, che ſarebbe coſtrutto con queſto liquore.

2.° Che, tirata dalla ſuperficie G del liquore l'orizzontale GL, vi ſia ancora una parte LN del ſifone al di ſotto dell'orizzontale ſuddetta; poichè, ſe il ſifone ſi troncaſſe in L, il liquore ſi fermerebbe toſto nel ſifone, e ſe il ſifone foſſe troncato in M, tutto il liquore in eſſo contenuto tornerebbe a dietro, e ſi ſcaricherebbe nel vaſo per l'eſtremità G.

83 L'Aria dell'atmosfera alle volte è in quiete; altre volte poi ſi move per un certo tratto di paeſe, e allora ſi dice, che *il Vento ſoffia.* Il Vento adunque non differiſce altrimente dall'Aria, di ciò, che le acque di un fiume differiſcono da quelle di un lago.

Le cauſe, che producono il Vento, ſono molte, diſtinguendoſi in generali, e particolari. Noi tralaſceremo d'internarſi in queſta materia, baſtandoci ſolamente dare la diſtinzione dei Venti.

Allorchè il Vento ſoffia nella direzione del Polo Artico verſo l'Antartico, ſi chiama *Vento Boreale*, o *Tramontana*, ſe la direzione del Vento ſia dal Polo Antartico verſo l'Artico, tal Ven-

to ſi chiama *Auſtrale*, o *Vento di mezzo giorno*, ſe la direzione del Vento ſia dall' Oriente verſo l' Occaſo, il Vento ſi chiama *Levante*, e ſi dice *Ponente*, ſe il Vento ſoffia dall' Occidente verſo l' Oriente.

Per formarſi un' idea giuſta delle direzioni dei Venti, baſta ſupporre di eſſere in una gran pianura nel ſito A, da cui come da centro ſi deſcrive il cerchio BCDE, e queſto ſi divide in quattro parti uguali ne' punti B, C, D, E, facendo, che il diametro BD ſia in diritto dei due Poli. In queſto caſo, ſe B rappreſenti il Polo Artico, D ſarà l' Antartico, C l'Occidente, E l'Oriente; onde B ſarà la Tramontana, che ſi addita con un giglio, e il Levante additato da una croce, D il Mezzogiorno, C il Ponente, i quali quattro Venti ſi chiamano Primarj, o Cardinali.

FIGURA XIII

Gli altri quattro Venti, che ſoffiano in direzioni intermedie ai Cardinali, ſi chiamano Venti ſecondarj. Diviſo pertanto ciaſcun quadrante per metà nei punti F, G, H, K, e tirati i raggi al centro A, il Vento, che ſoffia da F verſo A, ſi chiama *Maeſtro*, quello,

che soffia da G verso A, si chiama *Libeccio*, o *Garbino*, l'altro, che spira da H verso A, dicesi *Scirocco*, e il quarto, che soffia da K verso A si chiama *Greco*, o *Gregale*.

Finalmente diviso ciascheduno d'essi archi per metà, e tirati i raggi, i Venti, che soffiano in queste direzioni, si chiamano Mezzi Venti, e in ispecie L chiamasi Maestro Tramontana, M Ponente Maestro, N Ponente Libeccio, O Mezzogiorno, e Libeccio, P Mezzogiorno, e Scirocco, R Greco Levante, S Greco Tramontana.

Questa figura si denomina la *Bussola Marina*, e serve per lo Mediterraneo; ma per la navigazione dell'Oceano si notano ancora i Quarti di Vento col dividere per metà i divisati archi. Generalmente parlando infra terra non si bada, se non agli otto primi Venti, anzichè ne' paesi montuosi appena se ne considerano quattro. Per conoscere, quale sia il Vento, che soffia, si collocano banderuole sul tetto delle case alte, e isolate, sulla cima delle torri, o di altri siti eminenti, le quali banderuole girano con grande facilità intorno le

loro aste, voltandosi nella direzione del Vento.

Il Vento soffia talvolta come a strati; imperciocchè si vedono le nubi in gran movimento, mentre che sulla superficie della Terra l'Aria è tranquilla; altre volte succede tutto all' opposito; o pure avviene, che mentre un Vento soffia sulla Terra, un Vento diverso spira in alto, la qual cosa si scorge talora per mezzo di un movimento contrario, che hanno le nuvole alte, e basse. Finalmente occorre, che un Vento spira sino a un certo sito, ov' è contrastato da un altro Vento. La diversa figura, e il diverso movimento de' marosi nei gran laghi, e nel mare ci fanno vedere questo fenomeno in una maniera assai curiosa.

84 Il Vento soffia con forza maggiore a misura, che l' Aria si muove con maggior prestezza; il trascorrere della polveruzza, e di altre cose leggiere sulla superficie della Terra, l' increspars dell' Acqua ne' laghi, e nel mare, servono a determinare la prestezza, con cui il Vento cammina.

Dalla ſperienza ſi ricava, che, quando il Vento traſcorre 15 piedi in un minuto ſecondo, ha di già una gran forza; poichè ſradica alberi, getta a terra le tegole da' coperti delle caſe, e produce altri ſimili diſordini. Per mezzo d' uno ſtromento denominato *Anemometro* ſi miſurano i diverſi gradi nella forza del Vento; una tal coſa è molto utile nei paeſi, ove per mancanza d'Acqua ſi fanno i mulini a vento.

85 I Venti, di cui finora abbiamo parlato, ſoffiano in linea retta; ma, ſe per avventura acquiſtano un movimento vorticoſo, allora ſi chiamano *Turbini*.

Di queſti turbini ſe ne vedono di tanto in tanto ſulla Terra pel mezzo di molta polveruzza, e di corpi leggieri, che s' innalzano girando attorno un centro mobile a guiſa di ſpirale. Queſti turbini ſono talvolta molto gagliardi, onde in Terra ſquarciano, e ſradicano alberi di gran reſiſtenza, e nel mare innalzano colonne d'Acqua a gran altezza, e ſubbiſſano anche baſtimenti di gran portata.

CAPO SETTIMO

Del Fuoco, della Luce, e de' Colori.

86 L'elemento del Fuoco è fra tutti gli altri (§. 69) il più volatile. Egli è composto di parti minutissime, che si muovono rapidamente. Questa materia si trova in tutti i Corpi, e in tutti i siti, ne' quali si possono fare delle sperienze. Se si fregano fortemente due Corpi solidi, questi ben presto diventano caldi, e, se sono di legno, s'accendono, e fiammeggiano. I Corpi duri, come sono l'acciaio temperato, le selci, il cristallo di rocca ec. nell'essere percossi cacciano scintille per ogni parte. Colla Macchina elettrica si fanno molte sperienze, nelle quali il Fuoco si manifesta visibilmente, e nella stessa guisa, che agisce il Fuoco ordinario, ora accendendo, ora liquefando, e ora distruggendo i Corpi, che sono suscettibili di tali effetti. Le fiammelle, che da' naviganti si vedono talora in tempo di burrasca attaccate alle antenne, e alle corde della nave, altro non sono, che Fuoco elettrico ivi raunatosi in gran

copia. Queste fiammelle si sogliono chiamare con diversi nomi dai marinaj, come sono il *Fuoco di Sant' Elmo*, *Castore*, e *Polluce ec.* Altre volte tali apparizioni si credevano cose straordinarie, e minaccianti la perdita del bastimento; adesso però più non se ne fa caso, e coloro, che vanno all' Indie Orientali, vedono spessissimamente consimili fenomeni in tempo della navigazione.

Da pochi anni in quà valenti Filosofi hanno fatto scoperte bellissime intorno il Fuoco elettrico, fra i quali certamente annoverar si dee il diligente, dotto, e perspicace Padre Beccaria Professore in questa Reale Università, delle cui Opere stampate potranno valersi con molto vantaggio coloro, che desiderano internarsi in queste materie.

87 I due caratteri distintivi del Fuoco sono

1.° *L' eccitare calore.*

2.° *Il tramandar luce.*

Avviene però talora, come in certe notti dell' estate, che si sente gran calore, senza che si veda luce, e succede altre volte, che si vede molta luce senza sentire il minimo calore, co-

me s' osserva in tempo della Luna piena, quando la notte è serena.

88 Proprietà del Fuoco è l'insinuarsi facilmente in tutti i Corpi, producendo varietà d' effetti dipendente dalla quantità del Fuoco introdotta, e dalla qualità del Corpo, che lo riceve.

Generalmente parlando il Fuoco dilata i Corpi, ne' quali s' introduce. Questa dilatazione giunge a segno talvolta di rendere più leggieri dell'Aria Corpi molto compatti, come sono il mercurio, il piombo ec.; onde questi sotto la forma di vapori s' innalzano poi nell' atmosfera. Alcune specie di Corpi però si danno, i quali si contraggono nell' essere penetrati dal Fuoco, come sono la legna, e la maggior parte delle materie animali.

Il Fuoco è l'agente più attivo, che finora sia cognito: se questo s' introduce in gran copia dentro un Corpo, lo discompone, come osservasi nelle legne accese, nelle pietre, e in altre materie, che si calcinano, o si vetrificano; ma se la quantità introdotta del Fuoco è modica, in tal caso vince solamente l'adesione di molti Corpi solidi, i quali fa pas-

passare nello stato di fluidità, come avviene nel sevo, nella cera, nelle peci, nei metalli ec.

89 La proprietà, che ha il Fuoco di dilatare i Corpi, ha fatto inventare due instrumenti per misurare l' aumento, e la diminuzione del calore.

Uno di quest' instrumenti è il *Termometro*, il quale serve per segnare le mutazioni, che avvengono nel calore dell' atmosfera, e in altri liquori.

L' altro stromento è il *Pirometro*, pel cui mezzo s' assegnano le dilatazioni prodotte da diverse fiammelle, che scaldano una stanghetta di metallo.

90 La scarsezza del Fuoco si chiama *Freddo*, e quando questa è grande, o che più non v' è Fuoco, allora si dice, che il Freddo è eccessivo. Il Freddo riduce i vegetabili all' inazione, e priva anche di vita molti animali.

Noi abbiamo la maniera d' eccitare un Freddo maggiore di quello, ch' è prodotto dal ghiaccio, e dalla neve; bastando perciò di mescolare queste materie con qualche sale. Se dentro due parti di neve, o di ghiaccio si porrà una parte di salnitro raffinato, il liquore del

Termometro Parigino difcenderà a gradi 2. $\frac{1}{2}$ fotto il ghiaccio; fe in vece del falnitro s' adoprerà il falmarino, il liquore difcenderà a gradi 11; e difcenderà a gradi 12, fe fi farà ufo del fale ammoniaco.

Si adopera nell' eftate la miftura di ghiaccio, e falmarino per fare i forbetti, e qualfivoglia forta di gelati.

Siccome il falnitro prima d' effere raffinato è mefcolato col falmarino, il qual fale è contrario alla forza della polvere accefa, perciò, fe fi mefcoleranno uguali porzioni di polvere, e di neve, e che immerfo il Termometro Parigino in quefta miftura, il liquore difcenderà più baffo di gradi 2. $\frac{1}{2}$ fotto il ghiaccio, farà fegno, che il falnitro contiene ancora del falmarino, e confeguentemente, che la polvere non è buona.

91 In altro ftato diverfo dal fin quì divifato fi fcorge il Fuoco in molti Corpi, l' infiammamento de' quali dimoftra manifeftamente la fua prefenza in qualità di principio coftitutivo; fembrando, che il Fuoco elementare fiafi combinato con un' altra foftanza, per manifeftarfi

in questo secondo stato, e formare, per così dire, un principio, o elemento secondario sensibile dei Corpi.

Il Fuoco in questo secondo stato si denomina *Materia combustibile*, *Solfo principio*, *Flogistico*, e distinguesi dall' altro Fuoco in queste proprietà.

1° Che essendo unito ai Corpi non comunica loro nè Calore, nè Luce, nè muta in alcun modo lo stato di solidità in quello di fluidità, come si osserva nello spirito di vino, nella legna, nel carbone, e nella polvere da guerra, contenendo queste materie molto flogistico.

2.° Il flogistico si può levare da un Corpo, a cui sia unito, e trasferire in un altro, di cui può essere naturalmente parte.

Il rame, lo stagno, il piombo ec., sebbene non siano di quelle cose, che possono infiammarsi, contengono nulladimeno molte parti combustibili. Allorchè questi metalli sono penetrati da un gran Fuoco, senza però toccare alcun Corpo combustibile, perdono essi quello, che hanno, e il rimanente della materia metallica si manifesta in forma di scorie, o di vetro. Ma se queste mate-

rie si pesteranno, e dopo averle mescolate con una quantità di carbone s' esporranno a un conveniente grado di Fuoco, riacquisteranno il flogistico perduto; onde appariranno di nuovo nella forma metallica. L' operazione de' Fonditori, per mezzo della quale ricavano i pani di raffinamento dalle scorie, che si hanno dalle fondite delle Artiglierie, è fondata su questo principio.

92 Le meteore ignee, che di quando in quando si osservano, credonsi prodotte talvolta dalle materie combustili mescolate con qualche acido. Queste materie, allorchè sono dilatate dal calore a un gran segno, diventano meno dense dell' Aria; onde s' innalzano nell' atmosfera in forma di esalazioni le solide, e di vapori le fluide; ove eccitandosi fra esse una effervescenza, si riscaldano, e indi s'accendono, e risplendono, producendo in tal guisa ora le Aurore Boreali, ora diverse figure luminose, ora il lampo, e ora il baleno. I Fuochi fatui, e lambenti, che nelle notti dell' estate si scorgono talvolta nei cimiterj, e le altre meteore di simil fatta sono pure prodotte dalle mentovate esa-

lazioni, e dai vapori adunati, i quali ſecondo, che variano nella quantità, e qualità, manifeſtano meteore ignee di differente ſpecie: altre volte queſte meteore ſono prodotte dal Fuoco elettrico.

93 Chiamaſi *Luce* la materia ſottiliſſima del Fuoco elementare, allorchè queſta fa impreſſione nell' occhio in modo, che eccita in noi l' idea dello ſplendore, o ci fa ſcorgere la grandezza, la figura, il ſito, la diſtanza, e i colori dei Corpi, che ſono in debita diſtanza dall' occhio.

I Filoſofi non ſono ancora ben d' accordo circa la maniera, con cui la Luce di un Corpo luminoſo, o illuminato giunge a far impreſſione nell' occhio. La maggior parte però crede, che la Luce, la quale eccita il ſentimento della viſta, ſia quella medeſima, ch'eſce dal Corpo luminoſo, o che è rifleſſa dal Corpo illuminato. Noi parleremo della Luce ſecondo queſt' idea, la quale, ove non foſſe conforme al procedere della natura, non altererà punto ciò, che diremo dei fenomeni della Luce, e delle modificazioni, alle quali è ſoggetta; poichè la verità delle propoſizioni, che ad-

durremo, è fondata ſul riſultamento coſtante delle ſperienze.

La Luce adunque nell' uſcire dal Corpo luminoſo, o nell'eſſere rifleſſa dal Corpo illuminato ſi ſpande tutto d' intorno a guiſa di altrettanti raggi di una sfera, che partendo dal centro vanno alla ſuperficie sferica; dal che avviene, che la Luce ſia più rara, e meno efficace a miſura, che s' allontana dal ſito della ſua dipartenza. Una candela acceſa baſta per illuminare una camera d'ordinaria grandezza, e per diſcernere in eſſa li grandi oggetti; ma, ſe vorremo leggere una ſcrittura minuta, non ſarà più a propoſito qualſivoglia ſito della camera; ma converrà, che lo ſcritto ſia vicino alla candela acceſa.

Si può dimoſtrare in molte maniere, che lo ſplendore del medeſimo lume ſminuiſce nella proporzione inverſa dei quadrati delle diſtanze.

94 Grandiſſima è la preſtezza, con cui la Luce ſi move. Quella dei Corpi luminoſi, che ſcorgiamo ſulla Terra, traſcorre in un iſtante molte miglia.

Queſta notizia, e il ſaperſi per da altre ſperienze, che il ſuono, e il rumo-

re ſcorrono piedi 660 in ciaſcun minuto ſecondo, conduce facilmente a determinare la diſtanza, che vi è tra il ſito, ove ſi vede lo ſplendore d' un' arma da fuoco, che ſpara, o d' un fulmine, che cade, e quello, ove trovaſi lo Spettatore; baſtando perciò contare i minuti ſecondi dall' iſtante, che s'è veduto lo ſplendore ſino a quello, in cui ſi ode il rumore; queſto numero moltiplicato per li detti piedi 660 darà la diſtanza ricercata.

La preſtezza, con cui abbiamo detto, che ſi muove il ſuono, e il rumore, non è punto alterata dall' eſſer giorno, o notte, dall' eſſere il tempo ſereno, e ſecco, o pure umido, e piovoſo; queſte circoſtanze ne variano ſolamente l' attività: ma ſe il Vento ſoffia nella direzione, per cui cammina il ſuono, allora alla preſtezza del ſuono ſi dovrà aggiungere quella del Vento, e ſi diffalcherà, ſe il Vento ſoffierà in direzione oppoſta.

95 I raggi di Luce, che ſono traſmeſſi da un Corpo, continuano ad avanzarſi nella medeſima direzione, finchè ſi movono nel voto, o che attraverſano un mezzo diafano, e omogeneo. I feno-

meni, che risultano da questa legge di natura, formano l'oggetto di una scienza, che si chiama *Ottica.*

Se poi i raggi lucidi incontrano nel loro cammino un Corpo opaco, si riflettono, e producono altri fenomeni, la teoria de'quali appellasi *Catottrica.*

Finalmente se i raggi di Luce attraversano mezzi diafani inegualmente densi, i raggi suddetti si rompono, e si refrangono. Le leggi di questi fenomeni constituiscono una terza scienza denominata *Diottrica.*

96 Le direzioni dei raggi, ch'escono da un medesimo punto luminoso A, sono tutte divergenti, poichè dal centro tendono ai diversi punti d'una superficie sferica (§. 93), come sono AB, AC, AD, AM ec. Considerando poi, che un Corpo luminoso AK ha più punti lucidi A, G, K ec., si scorge, che in questo caso fra i raggi tramandati dai detti punti lucidi alcuni sono paralelli, come AC, GE, KF, altri sono divergenti, come AD, GH, KL, e altri finalmente sono convergenti, onde s' intersecano scambievolmente, come sono i raggi AB, GE, GH, KF ec.

FIGURA XIV.

Da questa osservazione si raccoglie, che, collocando un piano dirimpetto a qualche lume, questo piano diviene la base di altrettante colonne di Luce, quanti sono i punti lucidi nel lume; per la qual cosa esso piano sarà maggiormente illuminato a misura, che maggiore sarà il numero dei punti radianti del lume. Tal notizia è famigliarissima, non ignorando chicchessia, che una camera è più illuminata nel giorno a misura, che ha un maggior numero di finestre, o che queste sono più spaziose, e che di notte lo splendore cresce dentro la camera nella proporzione dei lumi, che s' accendono.

97 Per vedere qualsisia oggetto BC è necessario, che la Luce trasmessa dall' oggetto entri nell' occhio DIL pel buco EF della pupilla, e passando a dipingere l' immagine GH dell' oggetto medesimo nella retina, faccia ivi una sufficiente impressione, affinchè la sensazione sia tramandata al cerebro pel mezzo del nervo ottico LM. FIGURA XV.

Da questo si scorge facilmente, che, se la Luce trasmessa dall' oggetto sarà poca, o non avrà attività bastante, o

per qualche macchia avanti la pupilla non entrerà nell' occhio, in tutti questi casi più non si potrà vedere l'oggetto.

Si dee quì notare, che l' immagine dipinta nella retina è sempre in una positura rovesciata, la qual cosa si può riscontrare pel mezzo d' un occhio artificiale, o esaminando la direzione di ciascun raggio di luce, che s' introduce nell' occhio.

I raggi convergenti BD, CD, i quali, partendo dalle estremità B, C dell' oggetto s' intersecano all' incontro D dell' occhio, si chiamano *raggi visuali*, e noi vediamo sempre l'oggetto più grande a misura, che l' angolo visuale BDC è maggiore. Questa proposizione è una regola fondamentale dell'Ottica, e della Prospettiva puntata; comprendendosi facilmente colla medesima la ragione, per cui una contrada, o un viale d' alberi sembri più ristretto, e più basso verso il fondo, ancorchè le case, e gli alberi sieno paralelli, ed egualmente alti in tutta l' estensione della contrada, e del viale.

98 Fra i Corpi opachi quelli, che sono i più duri, e compatti, che pos-

ſonò acquiſtare un liſciamento più perfetto nella ſuperficie, e il cui colore s' approſſima al bianco, ſono i più proprj per riflettere la Luce, del che ne abbiamo una prova nella neve, negli ſpecchj ec.; ma ſiccome qualunque ſuperficie, per quanto ſi poſſa far liſcia, ha ancora molte irregolarità, così avviene, che la Luce, che cade ſopra un Corpo opaco, non ſi riflette tutta, nè ſi riflette nell' iſteſſa maniera in tutti i Corpi.

La Luce, che cade ſopra un Corpo opaco, ſi può dividere in tre porzioni. Una di queſte ſi riflette regolarmente, cioè l' angolo d' incidenza ha proporzione coſtante con quello di rifleſſione; la ſeconda porzione di Luce conſiſte nei raggi, che ſi riflettono irregolarmente da ogni banda; e ſi comprendono nella terza porzione di Luce i raggi aſſorbiti dal Corpo opaco.

Se la porzione della prima ſpecie ſarà aſſai più copioſa delle altre due, il Corpo opaco ſi chiama *ſpecchio*, il quale, com' è noto, ſebbene ſia poco viſibile, ſerve però a rappreſentare diſtintamente l' immagine degli oggetti illuminati, che ſe gli preſentano avanti. Se

la porzione più copiosa sarà quella della seconda specie, il Corpo opaco si chiama *risplendente.* Questi tai Corpi si possono vedere assai distintamente. Finalmente, se la porzione più copiosa sarà della terza specie, il Corpo opaco si chiama *oscuro*, nel che però vi sono diversi gradi.

99 Le regole della Catottrica hanno luogo soltanto per li raggi riflessi regolarmente. Gli specchj adunque di superficie regolare, sia poi piana, concava, o convessa questa superficie, formano l' oggetto della Catottrica.

La proposizione fondamentale della Catottrica è, che l' angolo d' incidenza BCK formato da qualsivoglia raggio di Luce BC colla CK perpendicolare alla superficie FG dello specchio è sempre uguale all' angolo di riflessione DCK. Chi sarà uso colla debita attenzione di questa proposizione, e di quella dell'Ottica data (§. 97) sarà nel caso di prevedere, e dar ragione di tutti i fenomeni, che producono gli specchj. Per esempio saprà.

FIGURA XVI

1.° Perchè gli specchj di superficie piana debbono rappresentare l' immagi-

ne conforme all' oggetto, e della medesima grandezza, che si conviene alla distanza tra l' oggetto, e lo specchio, perchè questa immagine dee comparire al di dentro dello specchio in una distanza uguale a quella, che passa tra l'oggetto, e lo specchio.

2.° Perchè lo specchio di superficie convessa debba pure rappresentare l'immagine al di dentro; ma a misura, che la convessità sarà maggiore, l'immagine comparirà più vicina alla superficie dello specchio più piccola, e più sfigurata.

3.° Perchè lo specchio di superficie concava sferica debba rappresentare l'immagine al di dentro solamente, quando l' oggetto sarà più vicino di $\frac{1}{4}$ del diametro della sfericità, e perchè tal' immagine dee comparire più grande, e in maggior distanza di quello sia l' oggetto a misura, che la concavità dello specchio è maggiore, ma quando l'oggetto sarà in maggiore distanza di $\frac{1}{4}$ del diametro, l'immagine debba comparire fuori dello specchio, e rovesciata.

100 Gli specchj di superficie concava sferica si chiamano *specchj ustorj* per-

chè col rendere convèrgenti i raggi riflessi, raunano molti raggi di Luce in picciol sito a segno di riscaldare notabilmente, accendere, liquefare, e calcinare i Corpi anche più compatti. Un tal punto di adunamento si chiama il *Foco dello specchio ustorio*, il quale è distante dalla superficie $\frac{1}{4}$ del diametro della sfericità. Si possono anche fare degli specchj ustorj di figura parabolica, iperbolica, elittica ec., ciascuno de'quali ha il suo foco in diverse distanze.

La divisata proprietà degli specchj ustorj ha dato motivo agli antichi Artiglieri di configurare le camere de' Mortai a guisa di specchj ustorj, credendo con ciò di accrescere la forza della polvere, e la lunghezza dei tiri. Quest'errore si poteva in qualche modo scusare in un tempo, in cui si credeva, che la forza della polvere dipendesse unicamente dal fuoco; ma sarebbe ridicola al sommo tal proposizione adesso, che si sa, che la forza della polvere dipende da un fluido elastico naturalmente imprigionato nel salnitro, il quale è posto in libertà, e agisce a misura, che il foco distrugge i suoi vincoli; poichè in que-

ſto caſo più non poſſono aver luogo i ſuppoſti raggi, i quali ſarebbe per altro neceſſario, ch' eſiſteſſero, e che ſi moveſſero colle regole della Catottrica per produrre il preteſo aumento di forza.

Se pertanto dalla ſperienza riſulta, che dalla diverſa maniera di collocare la polvere dentro le armi da fuoco ſi manifeſta varietà di forza, ciò avviene per altre cagioni, le quali ſi dimoſtrano nell'Eſame della polvere.

101 L' Aria, l' Acqua, il Vetro, il Criſtallo, le Pietre prezioſe, e altri conſimili Corpi traſparenti refrangono i raggi della Luce, allorchè queſti paſſano obbliquamente da uno in un altro di tali Corpi diverſamente reſiſtente.

Pongaſi nel fondo del bacile FG una moneta B, i raggi di luce, che ſi FIGURA XVII riflettono da queſta moneta fuori del bacile, occuperanno ſolamente il ſettore DBH; onde l' occhio ſituato in qualſivoglia punto dell' arco DH potrà vedere la moneta ſuddetta; ma ſe s'empierà il bacile d' Acqua, la moneta diverrà viſibile da tutti i punti dell' arco ADHK, perchè il raggio di Luce BF nell' uſcire dall' Acqua per paſſare nell' Aria, in

vece di ſeguitare il ſuo cammino nella direzione BFD, ſi rompe, e s'inclina nella direzione FA; lo ſteſſo fa il raggio BG, e lo Spettatore ſituato in A vede la moneta B, come ſe foſſe in C nella direzione del raggio AF. Per la medeſima ragione, ſe la moneta foſſe in A, e lo Spettatore in B, queſto vedrebbe l'oggetto A, come ſe foſſe in D.

Ognivoltachè adunque lo Spettatore è in un mezzo diverſamente reſiſtente di quello, in cui è l'oggetto, vede ſempre l'oggetto in un ſito più alto di quello, in cui trovaſi realmente. Di quì avviene, che ſe T rappreſenterà la Terra, NP l'atmosfera, e ſarà M un Aſtro, che ſtà per ſpuntare ſull'orizzonte RS, o che appena è tramontato, lo Spettatore ſituato in R vedrà l'Aſtro in L al di ſopra dell' orizzonte: imperciocchè il raggio di luce MN nel paſſare dallo ſpazio vuoto nell' atmosfera ſi refrange, e mutando direzione a miſura, che incontra un' Aria più denſa, deſcrive la curva NOR, di cui eſſendo RL la tangente, queſta dà la direzione, in cui lo Spettatore R vede l' Aſtro ſuddetto. Dalla refrazione della Luce avviene pure, che

FIGURA XVIII

un

un baſtone, un remo poſto obbliquamente nell'Acqua ſembra rotto, o ſtorto.

102 La Luce nel refrangerſi ſi divide in due porzioni. Una di queſte ſi refrange con una legge coſtante in ciaſcun mezzo omogeneo; ond'eſſa è l'oggetto della Diottrica, ma l'altra porzione refrangendoſi irregolarmente non può ridurſi a ſcienza certa, baſtando oſſervare, che, quando queſta porzione di Luce refratta irregolarmente è copioſa, noi ſtentiamo a ben diſcernere i Corpi, che miriamo coll'interpoſizione di qualche mezzo diafano.

Diſcorrendo pertanto della Luce refratta regolarmente; rappreſenti AB MN un mezzo raro, come a dire l'Aria, AB KL un mezzo denſo, come ſarebbe un vetro, de' quali AB ſia una comune ſuperficie, ſulla quale cade obbliquamente un raggio di luce CD, che ſi ſuppone prolungato in linea retta verſo F, e ſia DH lo ſteſſo raggio di Luce refratto. Dal punto D all'AB ſi tiri la perpendicolare EDG, ſarà CDE l'angolo d'incidenza, GDH l'angolo di refrazione. Ciò premeſſo ſarà facile l'intendere le ſeguenti leggi della Diottrica. FIGURA XIX

1.ª I raggi di Luce CD, allorchè entrano in un mezzo più resistente, nel refrangersi s' accostano alla perpendicolare DG, come fa il raggio DH, e si scostano dalla perpendicolare, come il raggio DO, se il mezzo, in cui entrano, è più raro.

2.ª L'angolo di refrazione GDH sminuisce a misura, ch' è più resistente il mezzo, in cui entrano i raggi di Luce. Rappresenti ABNM l'Aria, che respiriamo sulla superficie della Terra, se ABKL denota l'Acqua, il seno dell'angolo FDG starà a quello dell' angolo HDG, come 4 a 3; ma se ABKL denota il vetro, siccome questa materia è più densa dell'Acqua, così il seno dell' angolo FDG starà a quello dell' angolo HDG, come 17 a 11, o come 3 a 2.

3.ª Se i raggi di Luce passano da un mezzo denso in un raro, l' angolo della refrazione cresce a misura, che è più raro il mezzo, in cui entrano, e ciò nella proporzione, in cui sminuiscono gli angoli, quando passano dal mezzo raro nel denso.

103. Non sarà difficile colla scorta delle regole assegnate (§. 97, 101, 102)

dar ragione de' fenomeni, che naſcono dalla Luce refratta. Se alla mattina per tempo ſi dirige un regolo verſo la cima di un monte, o altro ſito, ove l'Aria ſia diverſamente denſa, e dopo averlo fiſſato in tal poſitura ſi torna a guardare nell' ora meridiana, ſembra, che il monte ſiaſi abbaſſato; ma ſe di bel nuovo ſi torna a guardare nella ſera ſi trova, che il monte è nella altezza ſua primiera, e talora anche più alto. Per capire, come ſuccede tal coſa, baſta riflettere, che, eſſendo inegualmente denſa l' Aria nei due ſiti, la Luce dee refrangerſi, e che alla mattina per cauſa del freſco della notte precedente, e alla ſera per li molti vapori prodotti dal calore del giorno l' Aria trovandoſi più denſa, che nel mezzogiorno, la refrazione dee anche eſſere maggiore alla mattina, e alla ſera, e conſeguentemente ſi dee vedere l' oggetto più alto di quello, che ſi ſcorge nel mezzogiorno (§. 101).

E' coſa nota, che i vetri per gli occhiali, cannocchiali, e altri conſimili uſi ſono lavorati a guiſa di due porzioni di sfera fra loro unite per la baſe.

La figura CGD rappresenta il profilo d' uno di tai vetri denominati *Lente*.
FIGURA XX
Allorchè si mira un oggetto BB con una lente di vetro, questo sembra più grande, e cresce la sua grandezza a misura, che la convessità della lente è maggiore: imperciocchè i raggi visuali BD nel passare dall'Aria nel vetro, in vece di proseguire il loro cammino nella direzione BDF, si refrangono, come DG, accostandosi all' ED perpendicolare alla convessità della lente (§. 102). I raggi visuali refratti DG nell' uscire dal vetro, e nel passare nell' Aria in vece di seguitare nella direzione DGI si refrangono di nuovo, e scostandosi dalla GH perpendicolare alla convessità del vetro si movono nella direzione GK; onde l' occhio posto in K vede le estremità dell' oggetto nella direzione dei due raggi visuali KG, e conseguentemente lo giudica della grandezza MM, in vece che, se si toglie di mezzo la lente, l'angolo BKB dei due raggi visuali diventando minore, l' occhio in K vede l' oggetto solamente della grandezza BB (§. 97).

Se la lente in vece d'essere massiccia fosse d' un vetro sottilissimo, e che s' empisse d' Acqua, o d' altro liquore limpido, produrrebbe nulla di meno i medesimi effetti, nè altro divario s' incontrerebbe, salvo nell' angolo della convergenza dei raggi. I Calzettai usano un mezzo consimile per accrescere di notte l' attività dei lumi senza fare maggiore spesa coll'aumentare il numero dei medesimi.

Gli Astri nel loro nascere, e tramontare ci sembrano più grandi di quando sono nell' alto Cielo, ove però sono a noi più vicini di prima, la qual cosa procede dalla maggiore convergenza, che hanno i raggi refratti, allorchè attraversano l' atmosfera vicino alla superficie della Terra, perchè ivi l'Aria è più densa. Per la medesima ragione i Corpi posti dentro un vaso cilindrico di vetro pieno d' Acqua sembrano più grossi di quello appariscono nell'Aria.

Si sogliono fare dei vetri, i quali hanno da una, o da due bande la superficie concava, come dimostra il profilo NOPQ. Questi vetri, siccome rendono i raggi meno convergenti, così FIGURA XXI

fanno comparire l' oggetto più piccolo di ciò sembri, quando si mira a occhio nudo.

104 Gli addotti principj d' Ottica, Cattotica, e Diottica servono per formare molti stromenti utilissimi, e curiosi, come sono gli Occhiali, i Cannocchiali, i Telescopj, i Microscopj semplici, e composti, la Camera ottica, la Lanterna magica, le differenti specie di specchj, e simili.

La proprietà, che hanno le lenti di vetro di rendere convergenti i raggi di Luce, e radunarli in piccol sito, che *Foco della lente* s' appella, è motivo, che si adoperano pe' medesimi usi degli specchj ustorj (§. 100); poichè col mezzo delle lenti si possono scaldare notabilmente, accendere, liquefare, e calcinare Corpi densi, e duri.

Al medesimo uso possono anche servire le lenti di vetro sottili piene d' acqua limpida. Primachè la Diottica fosse nota si sarebbe reso ridicolo colui, che avesse detto di voler eccitare calore, e abbruciamento coll' Acqua fredda.

105 Paſſando finalmente a ragionare dei Colori, queſti ſi conoſcono col nome de' raggi diverſi, che producono varietà nella ſenſazione dell' occhio. Tal varietà è cagionata o dalla Luce ſolamente, o da queſta, e dalla diſpoſizione inſieme, e figura degl' elementi, che trovanſi alla ſuperficie del Corpo. Cominciamo a conſiderare la diverſità de' Colori prodotta dalla ſola Luce.

Fatta ben oſcura una camera, e aperto nella chiuſura A A delle fineſtre un buco circolare B di quattro in ſei punti, per cui paſſi una colonna di Luce ſolare B D, ſi collochi a traverſo di queſta un Priſma di criſtallo C; a tal incontro la colonna di Luce ſi refrangerà verſo il cartone M N, nel quale in vece di un cerchio deſcriverà una figura lunga E F colorita da ſette faſce diverſe col ſeguente ordine, prima Roſſa, ſeconda Rancia, terza Gialla, quarta Verde, quinta Turchina, ſeſta Indica, ſettima Violetta. FIGURA XXII

Dentro una camera s' attacchi in alto una boccia G di vetro ſottile piena d'Acqua limpida, come ſono quelle de' Calzettai, e in modo, che per eſſa

FIGURA XXIII. passi il raggio solare HP; se lo Spettatore si poiterà in L, volgendo le spalle al Sole, e in sito tale, che il suo raggio visuale LIK formi col raggio Solare HPK l'angolo HKL di gradi 42: 2, egli vedrà un bellissimo Colore rosso nella boccia G, e, se si alzerà adagio verso Q, vedrà successivamente uno dopo l'altro il rancio, il giallo ec. coll' ordine sovra divisato, finchè giunto in Q, ove l'angolo QKH è di gradi 40: 17, vedrà l'ultimo di tutti i Colori, cioè il violetto. Questa sperienza serve anche a spiegare, come si formi l'Iride (§. 73).

Le lastre di cristallo appese nelle camere, quantunque non cadano in esse i raggi del Sole, ci fanno vedere nulladimeno fenomeni consimili, e se ne ha un'altra prova nelle bocce, che i ragazzi fanno, soffiando dentro un cannello nella saponata.

Quel fenomeno, che nasce dalla Luce Solare diretta, o riflessa, s'osserva ancora nella Luce delle candele, e del Fuoco, che si fa nelle camere col porsi il Prisma di cristallo avanti l'occhio; nè altra diversità si vede, se non che

in queſto caſo il Colore roſſo occupa la parte ſuperiore, indi il rancio, e ſucceſſivamente gli altri; eſſendo il violetto nel ſito più baſſo di tutti.

106 L' eſito coſtante delle deſcritte ſperienze, e d' altre di ſomigliante natura fa vedere, che *ciaſcun raggio di Luce è compoſto di ſette raggi di ſpecie diverſa, che ciaſcheduno di queſti raggi ha un grado diverſo di refrazione, e un Colore determinato, che gli è proprio, con cui coloriſce gli oggetti, che illumina.*

107 I diviſati ſette Colori (§. 105) ſi chiamano *Semplici*, o *Primitivi*; poichè tutti quelli, che s' oſſervano nella natura, ſono compoſti col miſcuglio di due, o più di queſti. Se nel cartone MN, ſu cui cade un raggio di Luce EF analizato ne' ſuoi colori, ſi fanno dei buchi, per cui poſſano paſſare due, o più dei Colori primitivi, e per eſempio i Colori 2, 4, e dietro queſti buchi ſi pone una lente KK capace a ricevere i raggi 2 P, 4 H, applicando un altro cartone nel foco L della lente KK s' avrà un Colore compoſto col rancio, e col verde; e nell' iſteſſo modo operando s'avranno nel fo- FIGURA XXIV

co della lente altri Colori diverſamente compoſti, capaci tutti a eccitare calore, e ad abbruciare.

Il miſcuglio dei ſette Colori primitivi, che ſi fa colla lente, dà di nuovo il Colore della Luce.

108 Volgarmente ſi crede, che i Colori, i quali oſſervanſi nei Corpi, e in molti ingredienti, che s' adoperano per colorire, ſiano eſſenziali a tali materie; ma la coſa non è così. Tutti i Colori, che vediamo nei Corpi diafani, e negli opachi, dipendono principalmente da una certa diſpoſizione nella figura, e tenuità particolare degli elementi dei Corpi, la quale è cagione, che giungano all'occhio ſolamente alcune ſpecie particolari di raggi (§. 106), e che i raggi delle altre ſpecie ſiano aſſorbiti, o ritenuti dal Corpo, che miriamo; per eſempio il vetro roſſo ci ſembra tale in quanto, che laſcia paſſare per li ſuoi pori ſolamente quella ſpecie di raggi, che eccita l' idea del roſſo, e tiene addietro gli altri, che hanno un colore diverſo. Lo ſteſſo dicaſi delle pietre prezioſe, e degli altri Corpi diafani diverſamente coloriti: di quì avviene, che,

ſe ſi adatteranno due vetri ben traſparenti di colore diverſo uno ſopra l'altro, come a dire uno roſſo, e l' altro verde, ſi produrrà un Corpo perfettamente opaco; quantunque i due vetri ſiano ſottiliſſimi; poichè il primo dando il paſſaggio a una ſola ſpecie di raggi, ch' è poi trattenuta affatto dal ſecondo, ne riſulta l' eſcluſione totale al paſſaggio della Luce, e quindi l' opacità; in vece che, ſe di queſti vetri ſe ne porrà un maggior numero gli uni ſopra gli altri, ſe ſaranno tutti del medeſimo Colore, riuſcirà tuttavia ancor traſparente tal accoppiamento.

Quello, che detto ſi è dei Colori de' Corpi traſparenti, ſi dee applicare ai Corpi opachi; per eſempio ſe uno di queſti ſembra verde, avviene ciò, perchè egli riflette ſoltanto i raggi verdi della Luce, che l' illumina, e aſſorbiſce i raggi, che ſono di una ſpecie diverſa. I Corpi, che appariſcono di un Colore compoſto, riflettono i raggi dei Colori ſemplici, che concorrono alla formazione del compoſto, e aſſorbiſcono gli altri raggi. Finalmente i Corpi bianchi riflettono le ſette ſpecie di rag-

gi ſenza aſſorbirne alcuna; ma tal rifleſſione ſi fa in una maniera irregolare, e con perdita di raggi rifleſſi, e i Corpi, che comunemente ſi dicono di Colore nero, aſſorbiſcono le ſette ſpecie di raggi; ma, ſe ſaranno ſolamente oſcuri, tramanderanno un poco di Luce in una maniera confuſa.

Dalla proprietà, che hanno i Corpi opachi d'aſſorbire, o riflettere la Luce ſecondochè ci ſembrano diverſamente coloriti, conſegue, che, ſe ſi eſporranno al Sole eſtivo per egual tempo diverſi Corpi eguali, e della medeſima materia, per eſempio, tre pezzi di marmo, uno de' quali ſia nero, l' altro colorito, e il terzo bianco, dovrà il nero diventare più caldo, indi il colorito, e il bianco meno caldo di tutti, la qual coſa è conforme alla ſperienza. Queſta è pure la ragione, per cui eſponendo al foco di una picciola lente un Corpo combuſtibile tinto di nero s' accende toſto, ma, ſe il medeſimo Corpo combuſtibile è bianco, s'accende a grande ſtento.

109 Che i Colori nei Corpi diafani, e opachi dipendano principalmente dal-

la diſpoſizione nella figura, e tenuità particolare de' loro elementi, che ammette il paſſaggio, o la rifleſſione d'alcune ſpecie di raggi ſolamente, oltre le prove, che ne abbiamo dato nell' antecedente paragrafo, ſi può far vedere con un numero grandiſſimo di fenomeni curioſi, de' quali ci baſterà addurre i più famigliari, e facili.

La tela caſalinga fatta di freſco ſuol eſſere di Color giallo, ma col bagnarla ſpeſſo, e laſciarla eſpoſta al Sole eſtivo diventa bianca. Altri Corpi poi eſpoſti al medeſimo Sole acquiſtano un Colore più oſcuro.

I Gamberi ſono di un colore oſcuro, ma, ſe ſi fanno bollire nell' Acqua limpida, diventano di un bel roſſo. Se la carta turchina de' droghieri ſi bagni coll'Acqua forte, acquiſta toſto un bel roſſo, ma, ſe la carta s' approſſima al Fuoco, il Colore roſſo diventa giallo. Se a' fiori dell'Iride Germanico, volgarmente detti *Fiori di Limogia*, dopo eſſere peſtati ben bene, ſi ſpargerà ſopra calcinaccio delle caſe ridotto in polvere minuta, s' avrà un verde belliſſimo per dipingere ſulla carta, che *Verde di Limogia* ſi chiama.

Se nello ſpirito di vino ſi laſcino infuſe alcune foglie di roſa per breve tempo, ſenza però, che il liquore acquiſti un Colore ſenſibile, e dopo avere eſtratte le foglie s' infondono nel liquore poche gocce d' Acqua forte, ch' è limpidiſſima, il miſcuglio diventa toſto di un roſſo belliſſimo. La tintura del Tornaſole, o Giraſole è di Colore turchino, ma ſe in eſſa s' infonde un poco d'Acqua forte, acquiſta ſubito un Colore roſſo. Il ſiroppo di viole meſcolato coll'olio di tartaro per deliquio diventa verde, non oſtante che s' adoperi un olio di tartaro limpido. Il vitriolo verde diſciolto nell' Acqua pura acquiſta un Colore d'Acqua marina, infondendo poi in queſta diſſoluzione lo ſpirito volatile di ſale ammoniaco, che è un liquore limpidiſſimo, il miſcuglio diventa di un Colore turchino belliſſimo; ma ſe in queſto miſcuglio ſi verſerà Acqua forte, ſparirà toſto il turchino, e ritornerà il Colore d' Acqua marina. Se nella diſſoluzione traſparente di ſublimato corroſivo s' infonde l' olio di tartaro, il liquore diventa opaco, e roſſo. Se poi in queſto miſcuglio s' aggiunge lo ſpirito volatile

di ſale ammoniaco, il liquore acquiſta un bianco di latte, e finalmente ritorna nella priſtina ſua traſparenza, ſe nella miſtura s' infonde un poco d'Acqua forte. Meſcolando la diſſoluzione di gala di Levante con quella del vitriolo ſi ha un liquore nero, ancorchè ciaſcheduna diſſoluzione ſia traſparente; ma ſe nel liquore nero ſi verſerà un poco d' Acqua forte, il miſcugiio diverrà traſparente, come prima. Per fare l'inchioſtro da ſcrivere baſta far bollire per qualche tempo la gala di Levante nell'Acqua con un poco di gomma Arabica, dopo del che ſi getta dentro del vitriolo in più volte, finchè ſi vede l' inchioſtro ben nero.

L' Aria ſola è capace anche di variare i Colori. Se nell'Acqua ſi ſtempreràil paſtello de' tintori detto *Oricello*, col quale coloriſcono di roſſo i panni ordinarj, e poſta queſta diſſoluzione dentro un vaſo ſi chiuderà ben bene il liquore, toſto perderà il bel colore roſſo, e diventerà alquanto giallo, e traſparente. Se rinovaſi l' Aria nel vaſo, ſi vede il liquore riacquiſtare preſto il primiero Color roſſo, potendoſi ripetere a piacimento queſte alternative.

CAPO OTTAVO

Delle Materie Saline, e delle Oliose.

110 Le Materie Saline, e le Oliose formano gli elementi secondarj sensibili de'Corpi. Le prime sono però più semplici delle seconde.

Allorchè una porzione dell'elemento acqueo si unisce intimamente a una porzione dell'elemento terreo, vale a dire, che l'unione è così perfetta, che il composto sembra un Ente semplice, tal combinazione forma *le Sostanze saline*, le quali, sebbene sieno di differente specie, nessun'altra diversità vi è però fra loro, se non nella proporzione fra i componenti. Queste sostanze hanno per proprietà principale d'unirsi facilmente alla Terra, e all'Acqua.

111 Fra le sostanze saline le più semplici sono *l'Acido*, e *l'Alcali*; il secondo si considera però più composto del primo.

L'Acido si distingue in *Acido Universale*, o sia *Acido Vitriolato*, *Acido Nitroso*, o *Acqua forte*, e *Acido di Salmarino*

rino, e dall' accoppiamento di quest' ultimo coll'Acqua forte si forma un miscuglio, che *Acqua Regia* s' appella.

Quantunque lo stato proprio di questi acidi sia quello di solidità, nulladimeno si manifestano più sovente in forma di liquore trasparente; poichè, attesa la grande affinità, che hanno coll' Acqua, facilmente s' imbevono de' vapori, di cui l' atmosfera è impregnata. La diversa quantità d'Acqua, di cui si può imbevere l' acido universale, fa, che questo si distingue con due nomi diversi. Allorchè quest' acido contiene solamente tant' Acqua, che basta per comparire in forma di liquore, si chiama *Olio di Vitriuolo*, ma, se contiene assai più d' Acqua, si noma *Spirito di Vitriuolo.*

Gli acidi hanno un sapore simile a quello dell' agresto, o dell' aceto, ed è proprietà loro distintiva il cambiare in rosso il Colore turchino, o violetto de' vegetabili, come a dire la tintura di Girasole, il Siroppo di viole ec. (§. 109).

112 Nella formazione dell'alcali l'elemento terreo concorre in maggior pro-

porzione di ciò, che concorre nell' acido (§. 110). Gli alcali si chiamano fissi, allorchè resistono a un Fuoco molto gagliardo, distinguendosi in tal guisa da un'altra specie d'alcali, che, per essere impuri, dicesi volatili: fra questi si comprende lo spirito volatile di sale ammoniaco.

La forma ordinaria degli alcali fissi è la solida. Questi però si liquefanno, allorchè sono esposti al Fuoco: lo stesso succede, ma più lentamente, se si espongono all'Aria aperta, come avviene nel salnitro abbruciato, nel tartaro, o gromma di botte calcinata. Una tal liquefazione si chiama *Olio di tartaro per deliquio.* Si contano anche fra gli alcali fissi i calcinacci delle vecchie fabbriche, le ceneri d' un' erba denominata *Soda*, le ceneri de' fermenti ec.

Il sapore degli alcali è acre, e cocente; questi hanno per proprietà il cangiare in verde il Color turchino, e violetto de' vegetabili, come abbiamo veduto nei fiori di Limogia, nel siroppo di viole ec.

113 Dalla gran affinità, che hanno gli acidi cogli alcali, e colle materie

calcaree, avviene, che, mescolando gli acidi cogli alcali, e colle terre calcaree, si formino per mezzo dell' effervescenza altri composti denominati *Sal salato*, *Sal medio*, *Sal neutro*, o semplicemente *Sale*, e in ispecie si denomina *Salmarino* l'unione di un alcali fisso coll' acido del Salmarino, *Salnitro* l' unione dell'Acqua forte con un alcali fisso; *Sale ammoniaco* l' unione dell'Acqua forte con un alcali volatile, *Allume* l' acido vitriolato congiunto alla Terra calcarea.

Tutti questi Sali perdono in parte le proprietà particolari dei loro componenti, poichè più non alterano il Color turchino, e violetto dei vegetabili, e il loro sapore più non è acetoso, nè acre. Inoltre questi Sali si disciolgono facilmente nell' Acqua, e, facendosi poi questa svaporare a segno, si cristallizzano di nuovo.

114 L' affinità, che hanno gli acidi cogli alcali fissi, è maggiore di quella, che hanno coi volatili, e colla Terra calcarea; dal che avviene, che un Sale si converte facilmente in un altro. Per esempio la maggior parte del Salnitro, che si ricava in Europa, proviene dalle

materie animali , nelle quali trovandosi molti alcali volatili, l' acido nitroso è combinato con questi in forma di Sale ammoniaco. Allorchè queste materie ammoniacate si disciolgono nell'Acqua , e che in questa dissoluzione s' infonde molta cenere di sermenti, l' acido nitroso abbandona gli alcali volatili, e s'unisce intimamente ai fissi contenuti nelle ceneri de' sermenti, formando in tal guisa il Salnitro, il quale convien poi depurare , e separare dalle altre materie eterogenee nel modo, che si dà nel libro primo dell' Artiglieria pratica.

Consimile fenomeno succede pure , allorchè un qualche alcali fisso s' accosta all' Allume, poichè l'acido vitriolato, avendo maggior affinità coll' alcali fisso, che colla Terra calcarea, abbandona questa matrice per unirsi all' alcali fisso, producendo in tal' unione un' altra specie di Salneutro denominato *Doppio arcano* , o *Tartaro vitriolato*. Questo Sale, dopo che è cristallizzato, si discioglie difficilmente nell' Acqua. Lo stesso Sale s'ottiene pure nell'avvicinarsi d' un alcali fisso a una specie di Salneutro detto *Selenite*, poichè questa è

formata dall' unione dell' acido vitriolato con una ſpecie di Terra, che non è nè alcalina, nè calcarea.

115 Finalmente per mezzo dell' affinità, che gli acidi hanno con molte altre materie, ſi producono altri compoſti. Se l' acido vitriolato tocca il flogiſtico, ſi uniſce toſto inſieme, e formano il *Solfo comune.*

Le materie olioſe ſono un compoſto di Terra, e di flogiſtico unito all' Acqua pel mezzo di qualche acido, e la diverſa proporzione fra i componenti forma le differenti ſpecie di materie olioſe, come ſono i *Graſſumi*, *gli Olj*, *che ſi ricavano dalle viſcere della terra*, *i Bitumi*, *e gli Olj*, *che s' eſtraggono dalle materie animali*, *e vegetabili*, i quali coll' andare del tempo, venendo eſpoſti all'Aria, acquiſtano conſiſtenza, e ſono poi denominati *Balſami*, *Gomme*, *Peci ec.*

Le materie olioſe ſono anche tutte di lor natura untuoſe, e infiammabili.

116 Eſſendo la diſſoluzione, e l' efferveſcenza due mezzi, coi quali ſi producono molti fenomeni utili, daremo perciò di tali mezzi una nozione più particolare.

Chiamasi *Dissolvente* qualsivoglia sostanza capace a liquefare un' altra, o a ridurla in parti minutissime, e così l'Acqua è un dissolvente della maggior parte dei Sali, e di molte altre materie. L' Acqua regia dissolve l' oro, ma non ha azione sull' argento, l'Acqua forte per lo contrario discioglie l' argento, senza poter discomporre l' oro. I Zecchieri si servono della proprietà dei detti acidi per separare l' oro dall' argento.

Il rame, e il ferro sono disciolti da' detti due acidi, e dal vitriolato ancora. La dissoluzione del rame pel mezzo dell' olio di vitriuolo riesce di Color turchino, ma quella del ferro è di Color verde. Questa notizia ci dà una maniera facile per conoscere, se il rame sia stato liberato dalle parti ferrugigne, colle quali trovasi tramischiato in molte miniere; bastando perciò ridurre colla lima in parti minute il rame da esaminare, e dopo aver separate col mezzo della calamita le parti ferrugigne, che potessero essere nate dalla lima, porre il rame dentro un saggiuolo di vetro insieme all'olio di vitriuolo, indi mettere il saggiuolo nel bagno, o Fuoco d'arena,

affinchè l'acido coadiuvato da un calore moderato disciolga più presto il rame. Terminata la dissoluzione s'infonderà un poco d'Acqua comune per renderla più fluida, e indi si feltrerà per la carta.

Se il Colore della dissoluzione feltrata s'accosterà all'azzurro, saremo certi, che il rame è libero dalle materie ferrugigne; se il Colore gialleggerà, sarà segno, che il rame contiene del ferro, e che ne contiene in maggior abbondanza, se il Colore sarà verdeggiante. Questo rame dee essere rigettato dalle fonderie dell' Artiglierie, poichè il bronzo, che ne deriva, riesce agro, e frangibile.

117 I divisati dissolventi sono in forma fluida, e si sogliono anche chiamare *Mestrui*. Ma altri dissolventi si danno, i quali sono solidi, e passano solamente nello stato di fluidità poco prima di dissolvere, o di accrescere la fluidità nelle materie, che debbono attenuare. Per esempio lo stagno è un dissolvente del rame; e però, se posto dentro una fornace una quantità di rame si fa ben arroventire, e in tale stato se le getta sopra una porzione di stagno,

questo passa tosto nello stato di fluidità, dopo del che comincia a dissolvere il rame, che senza l' addizione dello stagno avrebbe perseverato nello stato di solidità, o si sarebbe liquefatto assai più tardi; così ancora il salnitro accresce notabilmente la fluidità nel bronzo liquefatto; tal cosa però non succede, se prima non si dissolve il salnitro posto nella liquefazione.

118 Le operazioni della natura essendo limitate, avviene, che, qualunque sia il dissolvente adoperato, questo discompone soltanto una determinata quantità delle materie introdotte; e così l' Acqua fredda discioglie una quantità di salmarino, ch' è $\frac{1}{3}$ del suo peso, e lo stesso succede nel salnitro; ma se l' Acqua sarà calda, la quantità del sale disciolto sarà maggiore, e per esempio l' Acqua bollente tiene in dissoluzione una quantità di salnitro per lo meno doppia del di lei peso, ma del salmarino la quantità disciolta non oltrepassa la metà del peso dell' Acqua dei pozzi di Torino: imperciocchè si fa osservare, che gli Accademici Parigini trovano, che la quantità del salmarino

disciolta dalla loro Acqua è sempre eguale, fredda, o bollente, che sia l'Acqua.

Quando il dissolvente ha discomposta tutta la quantità della materia, che può dissolvere, si dice, che il *Dissolvente* è *satollo*, oppure, che la *dissoluzione* è *ridotta a sazietà*; ma se la quantità della materia disciolta è minore, si dirà, che la *dissoluzione* è *attenuata*. Per ultimo dicesi, che *si restringe*, o si *concentra la dissoluzione*, quando si fa svaporare una porzione del liquore. In quest' operazione, se si continua a promovere l' evaporazione, dopo che la dissoluzione è ridotta a sazietà, si vedono cadere nel fondo del vaso diverse particelle delle materie disciolte, la cui quantità va crescendo a misura, che continua l' evaporazione.

Una cosa degna d' osservazione è, che, se in una dissoluzione satolla di un Sale s' infonde un altro Sale diverso, l'Acqua impregnata del primo Sale dissolverà nulladimeno la stessa quantità del secondo Sale, come se fosse ancor pura; perciò once 30 d' Acqua fredda dopo avere disciolte once 10 di salma-

rino, diſſolveranno ancora once 10 di ſalnitro.

119 Il Neuton ſpiega la diſſoluzione dei Corpi per mezzo dell'attrazione negli elementi primi (§. 53). Per eſempio la diſſoluzione dei Sali nell' Acqua ſuccede, perchè l' Acqua, eſſendo attratta dai Sali, penetra nei loro pori con forza tale, che ne diſgiunge le particelle in vece, che queſti medeſimi Sali, non avendo affinità veruna, o almeno in grado ſufficiente cogli olj diſtillati, nè collo ſpirito di vino bene rettificato, non poſſono eſſere diſciolti da queſti liquori. Non altrimenti ſpiega lo diſcioglimento dei metalli poſti nei convenienti meſtrui: le particelle acute, e inciſive di queſti liquidi eſſendo attratte con gran forza dal metallo in eſſi poſto, penetrano nei pori del metallo, e a guiſa di tanti cunei diſgiungono le particelle metalliche.

Per mezzo della mentovata attrazione dà pure ragione della criſtallizzazione dei Sali. Se, dopo avere diſciolti ſino a ſazietà diverſi Sali in tanti vaſi ſeparati, queſti ſi porranno ſul Fuoco, e ſi concentrerà la diſſoluzione, indi ſi

collocheranno i vasi in sito fresco lontani da qualunque movimento, si troverà dopo 24, o 30 ore una quantità di Sale cristallizzato in ciaschedun vaso; ma la figura dei cristalli sarà diversa in ciascheduna specie di Sale. Si ripeta, per quante volte si vuole, la dissoluzione, e la cristallizzazione, si troverà, che la figura particolare, e propria di ciascun Sale è sempre la stessa. Da tal costanza si conchiude, che vi è una legge d' attrazione immutabile in ciascheduna specie di Sale, e per cui si riuniscono le particelle saline, che al di là della sazietà stavano disgiunte pel movimento prodotto dal Fuoco nella dissoluzione.

120 Avendo gli acidi maggior affinità cogli alcali fissi, che co' metalli, succede, che, se dopo aver disciolto un metallo per mezzo d' un acido, s' infonde in questa dissoluzione un alcali fisso, tosto l' acido s' unisce all' alcali, e abbandona il metallo, il quale cade, o si deposita al fondo del vaso in forma di polvere. Questa deposizione si chiama *Magistero*, o *Precipitato*.

L' oro fulminante ſuol farſi in queſta maniera: dopo avere diſciolto queſto metallo nell' Acqua regia, e precipitatolo pel mezzo d' un alcali ſi laſcia ſeccare lentamente queſto magiſtero, dopo del che, eſponendolo a un competente grado di Fuoco, ſi diſſiperà precipitoſamente nell'Aria con iſtrepito aſſai maggiore, di ciò faccia un' uguale quantità di polvere da guerra infiammata nelle medeſime circoſtanze.

Gl' impoſtori ſi ſervono de' gradi diverſi d' affinità, che gli acidi hanno coi metalli per far credere agli ignoranti, che hanno il ſecreto di convertire un metallo in un altro di maggior valore. Per eſempio gli acidi hanno maggior affinità col ferro, che col rame. Ora, ſe in una diſſoluzione di rame ſi metterà una lamina di ferro, l' acido per diſciogliere il ferro abbandonerà il rame, che precipiterà al fondo del vaſo, e ſiccome nel cavare la lamina di ferro ſi trova queſta più leggiera di prima, così eſſi danno a intendere, che la polvere precipitata al fondo del vaſo ſia il ferro mancante dalla lamina, che in virtù del loro ſecreto ſi è convertito in rame.

121. Si denominano *Effervescenze* certi movimenti interni, che s'eccitano in un liquore, nel quale si opera attualmente l'unione di due Corpi, o qualche separazione. Se nell' olio di tartaro per deliquio s' infonde l'Acqua forte, s' eccita tosto una gran ebollizione accompagnata da una specie di cigolamento, da calore, da molti spruzzi, che si formano alla superficie del liquore, e da' vapori, che s' innalzano, le quali cose terminate s' osserva nel fondo del vaso molto salnitro cristallizzato. I medesimi effetti si producono pure, quando s' infonde un altr' acido in qualsivoglia alcali, e Terra calcarea, col solo divario, che il Sale cristallizzato in fondo al vaso riesce di una specie diversa.

Le effervescenze, che si producono, quando si pone un metallo in un qualche acido, non sono molto dissimili. Allorchè si discioglie il ferro nello spirito di vitriuolo, se il vaso, in cui si fa l' effervescenza, ha un' apertura piccola, accostando una candela accesa a questo buco infiamma così repentinamente la gran copia de' vapori, ch' escono dal vaso, che questo scoppia con grande

eſpanſione, e con danno degli aſtanti.

Se dentro un gran bicchiere ſi porrà una quantità d'olio di Legno ſanto, che occupi circa $\frac{1}{3}$ del bicchiere, e poſte dentro un altro bicchiere uguali porzioni d'Acqua forte, e d'olio di vitriuolo ben concentrate in modo, che la quantità di queſto miſcuglio ſia in circa i $\frac{2}{3}$ dell' olio ſuddetto, e ſi voti il miſto in due, o tre fiate ſucceſſive dentro il primo bicchiere, ſi vedrà toſto un' effervescenza fortiſſima, e un denſo fumo, che s' innalza accompagnato da una fiamma alta un piede in circa.

Affine di vedere il medeſimo fenomeno, in vece dell'olio di Legno ſanto, ſi potrà adoperare l' olio nuovo di Trementina, quello di Cedro, di Garofano, di Menta, di Ginepro, di Finocchio, il Balſamo bianco della Mecca ec.

Ricavandoſi dalle ſperienze, che i vapori, e l' eſalazioni provenienti dalle materie animali, e vegetabili contengono molti acidi, alcali, flogiſtici, ſali, olj ec., ſi comprende toſto pel mezzo delle coſe ſpiegate, come tali materie incontrandoſi nell' atmosfera poſſono eccitare delle effervescenze, accenderſi

da ſe, e farci oſſervare diverſe ſpecie di meteore ignee.

123 L'efferveſcenza è molto diverſa dalla fermentazione; imperciocchè la prima ſi produce ſolamente nel miſchiamento di due ſoſtanze diverſe, una delle quali almeno dee eſſere liquida, in vece, che la fermentazione può avere luogo anche in una ſola materia ſolida, o fluida, ch' ella ſia ſenz' aiuto di verun' altra cauſa eſterna, nè verun miſchiamento; baſtando per ciò, che alcune delle ſoſtanze coſtitutive il Corpo, le quali ſono in riposo, acquiſtino un movimento inteſtino, come ſuccede nelle uve mature, che dopo eſſere ſtate ſchiacciate dentro un vaſo fermentano per alcuni giorni, e producono il vino. La putrefazione di molte materie animali, e vegetabili ſuccede anche per mezzo della fermentazione.

Termineremo le notizie puramente fiſiche col far notare, che fin adeſſo non ſi è ancora potuto alterare neſſuna di quelle proprietà, che ſervono a diſtinguere i Corpi di differente ſpecie. Tal notizia baſta per riconoſcere l'errore di coloro, i quali hanno ſcritto intorno la

maniera di convertire in oro gli altri metalli, e di fare la Pietra filosofale. Chi poi farà uso delle cose insegnate nel primo capo, potrà in qualsivoglia riscontro distinguere le cose probabili dalle improbabili, il vero, e reale dal falso, e chimerico.

Finalmente, se si farà paragone delle scoperte fatte da un secolo in quà nella Fisica colle antiche idee, si vedrà, che si è fatto un gran profitto in questa scienza, e che molte cose, le quali da diversi Scrittori s' attribuivano altre volte ai prestigj, ora siamo convinti, che sono effetti puramente naturali.



FINE DELLA FISICA.



DELLA STATICA.

124 Avendo premesso separatamente le notizie Matematiche, e le Fisiche, resta ora a far passaggio a quelle scienze, che hanno per oggetto l'accoppiamento delle divisate notizie nel movimento attuale de' Corpi, e nell' equilibrio, che fra essi regna.

125 La considerazione metafisica del movimento, e dell' equilibrio forma una scienza, che *Meccanica semplice* s'appella, la quale ha i suoi principj certi, ed evidenti non meno di quelli della Geometria; ma se a questi principj si aggiunge l' esame delle cause fisiche, le quali producono, alterano, e distruggono il movimento, allora la scienza diventa mista, e si chiama *Fisica-Meccanica*, o *Meccanica Composta*. Noi tratteremo a dirittura delle Meccaniche composte, servendoci indistintamente secon-

do, che meglio tornerà a conto, dei principj metafisici, o di quelli, che dà la sperienza.

126 Le scienze Fisiche-Meccaniche si distinguono in *Dinamica*, e *Idrodinamica.*

La Dinamica ha per oggetto le proprietà, e le leggi del movimento, e l' applicazione d'esse leggi al moto dei Corpi solidi.

L'Idrodinamica considera poi le leggi del movimento dei Corpi fluidi.

127 Succedendo bene spesso nella natura, che il movimento de' Corpi solidi, e fluidi sia impedito, o distrutto da cause, che appena lo superano, tal contrasto di forze dà luogo a una scienza particolare, che *Statica* s' appella, trattandosi dei Corpi solidi, e chiamasi *Idrostatica*, allorchè si ragiona dei fluidi.

128 Le divisate scienze Meccaniche (§. 126, 127) si distinguono ancora in *Razionali*, e *Pratiche.* Nelle Meccaniche razionali si tratta della teoria del movimento, e dell' equilibrio, e s' insegna come, essendo date le forze moventi, si venga a determinare il movimento da queste prodotto, o la quiete,

che naſce dal loro contraſto, e all'oppoſito come dalla cognizione dei fenomeni del movimento, e della quiete ſi giungano a ſcoprire le forze, e le reſiſtenze.

Le Meccaniche pratiche trattano poi delle principali maniere di applicare ai Corpi la teoria del movimento, delle forze, e delle reſiſtenze, affine di ottenere colla maggiore facilità poſſibile quegli effetti, che ſi ricercano. Tale applicazione ſi fa talora col mezzo di alcuni ſtromenti denominati *Macchine*. Queſte ſono proprie delle ſcienze Meccaniche, come gli ſtromenti detti di Matematica lo ſono della Geometria.

129 Da quello, che è ſtato detto (§. 127), ſi raccoglie, che la Statica è un caſo particolare della Dinamica, e l'Idroſtatica dell'Idrodinamica. Per queſto motivo quegli Scrittori, che hanno proccurato di trattare le ſcienze Meccaniche col minore poſſibile numero di principj, hanno preſo la Statica dalla Dinamica. Potendoſi però le leggi della Statica anche dimoſtrare con principj, che ſono particolari a queſta ſcienza, noi per facilitare ai principianti lo

ſtudio delle ſcienze Fiſico-meccaniche, cominceremo dalla Statica.

CAPO PRIMO

Diffinizioni, e Principj di Statica.

130 La Statica ha per oggetto l'equilibrio in generale, e conſidera il modo, e le leggi, con cui queſto ſi produce.

131 Dall' oſſervare i fenomeni del movimento, e dell' equilibrio, che di continuo ſi manifeſtano nel Mondo ſenſibile, ſi conchiude, ch' eſiſtono neceſſariamente molte cauſe atte a produrli. Queſte cauſe ſi chiamano *Forze*, o *Potenze.*

132 Le Potenze, che conſidereremo in queſta parte della Meccanica, operano col premere, ſpingere, tirare, e reſiſtere, come ſono l' azione della gravità, la forza degli uomini, e degli animali, la reſiſtenza, che oppongono i Corpi ec. Per la qual coſa la quantità aſſoluta, l'intenſità, o il grado di ſimili forze ſi potrà ſempre eſprimere con un peſo.

133 Per conoſcere l' effetto, che una Potenza può produrre, è neceſſario conſiderare la quantità della medeſima, e la ſua direzione.

Chiamaſi *Direzione d' una Potenza* la linea retta, ſecondo cui la Potenza opera. Se la Potenza P tira, o ſpinge il Corpo A ſecondo la retta P A B, queſta retta ſarà la direzione della Potenza P. FIGURA I.

Se due, o più Potenze operano ſecondo la medeſima linea retta, o per linee, che ſono paralelle, la direzione di queſte Potenze ſarà la medeſima; ma ſi dirà, che le direzioni ſono diverſe, ſe ſaranno obblique le rette C D, F D, ſecondo cui operano le Potenze. FIGURA II. In queſto caſo l' angolo C D F formato dal concorſo di queſte rette ſi chiama *Angolo delle direzioni.*

134 L' azione uguale, che due Potenze fanno in ſenſo oppoſto l' una contro dell' altra nella medeſima direzione, chiamaſi *Equilibrio.*

135 Noi oſſerviamo, che ſi ha l'equilibrio in due maniere. Si ha equilibrio nella prima maniera, allorchè non vi concorre mezzo alcuno.

Se all' eſtremità d' un filo s' attacca un peſo tale, che, eſſendo accreſciuto di una quantità minima, il filo ſi rompe, vi ſarà equilibrio ſenza mezzo tra l' azione del peſo, e la reſiſtenza del filo. Se un Corpo in movimento incontra oſtacoli tali, che la loro reſiſtenza è preciſamente in quella tal quantità, che ſi conviene per arreſtare il movimento del Corpo, s' avrà equilibrio tra il Corpo in movimento, e la reſiſtenza, ſenzachè vi concorra alcun mezzo.

136 Si ha equilibrio nella ſeconda maniera, allorchè le Potenze, che ſi bilicano, ſono fra loro conneſſe. Per eſempio, ſe due forze A, B tirano ciaſcheduna a ſe nella medeſima direzione il punto mobile C da C verſo A, e da C verſo B per mezzo di due corde, o di due verghe BC, AC, e che nulladimeno il punto C ſtia fermo, le due forze ſaranno fra loro in equilibrio nella ſeconda maniera. Se i due Corpi P, Q attaccati alla verga PGQ appoggiata ſul punto fiſſo G ſi bilicano fra di loro, s' avrà equilibrio fra queſti due peſi nella ſeconda maniera. Le bilance, le leve, e tutte le Macchine di Meccanica

FIGURA III

FIGURA IV.

ſono atte a produrre l' equilibrio in queſta ſeconda maniera.

137 Allorchè ſi hanno due, o più Potenze fra loro conneſſe in qualſivoglia maniera, le quali operano le une verſo le altre, tal combinazione ſi chiama *Siſtema.*

138 Se due Potenze P, Q applicate alla verga PCQ ſono fra loro in equilibrio intorno il punto C, queſto punto ſi chiama *Centro dell' equilibrio*, e chiamaſi anche *Punto d' appoggio*, allorchè la verga poſa ſopra un qualche contraſto fiſſo M. FIGURA V.

Se poi la verga PCQ è mobile intorno la retta DCF, queſta retta ſi chiama *Aſſe dell' equilibrio*, il quale può eſſere rettangolo, o obbliquangolo colla verga PCQ.

Quando la verga ha un punto d'appoggio, ſi ſuole chiamare *Leva*, e più particolarmente ancora diceſi *Leva* la porzione più lunga CQ intercetta tra il punto d' appoggio, e la potenza Q, e *Controleva* la porzione più corta CP.

139 Allorchè le Potenze P, Q operano nella medeſima direzione, il prodotto di ciaſcheduna Potenza nella ſua ri-

ſpettiva diſtanza al centro dell'equilibrio ſi chiama *Momento della Potenza* per riſpetto allo ſteſſo centro; e però P x P C ſarà il momento della Potenza P riſpetto al centro C, Q x Q C ſarà il momento della Potenza Q riſpetto al medeſimo centro.

Tirando poſcia dai punti P, Q all' aſſe d' equilibrio D F le perpendicolari P F, Q D, il prodotto di ciaſcheduna Potenza nella ſua riſpettiva perpendicolare ſi chiama *Momento della Potenza riſpetto all' aſſe*, e così P x P F ſarà il momento della Potenza P riſpetto all' aſſe D F, Q x Q D ſarà il momento della Potenza Q riſpetto all' aſſe ſuddetto.

FIGURA VI 140 Se poi le Potenze P, Q opereranno in direzioni fra loro obblique, come P p, Q q, allora, per avere il momento riſpetto al punto C, converrà da queſto punto tirare ſulle direzioni delle Potenze le perpendicolari C p, C q, e il prodotto di ciaſcheduna Potenza nella ſua corriſpondente perpendicolare ſarà il momento della Potenza riguardo al punto C, e però P x p C ſarà il momento della Potenza P riſpetto al punto C, Q x q C ſarà il momento della Potenza Q riguardo al detto punto.

Per ultimo, ſe ſi vorrà avere il momento delle Potenze riſpetto a un punto qualſivoglia F preſo nell'aſſe DF, baſterà tirare dal punto F ſulle direzioni Pp, Qq delle Potenze le perpendicolari FH, FK, e il prodotto P x FH ſarà il momento della Potenza P riſpetto al punto F preſo nell'aſſe, e il prodotto Q x FK ſarà il momento della Potenza Q riguardo al medeſimo punto F dell'aſſe.

141 La maniera, con cui un Corpo, o un'altra Potenza opera contro di un altro Corpo, ſi chiama *Azione*, e diceſi *Reazione*, o *Reſiſtenza* la maniera, con cui il Corpo paſſivo reſiſte all'attivo.

La ragione, e la ſperienza dimoſtrano, che *la Reazione è ſempre uguale, e opera in ſenſo oppoſto all'Azione.*

Il Corpo A ſoſpeſo per un filo AB opera col ſuo peſo d'alto in baſſo nella direzione a piombo per rompere il filo, o per iſchiantare il chiodo B, ma il chiodo, e il filo reagiſcono contro del medeſimo nell'iſteſſa direzione da baſſo in alto, poichè lo ritengono in tal ſito impedendo, che non cada. Tal FIGURA VII

reazione s' esprime coll' istesso peso, che misura l' azione del Corpo.

142 Se alle estremità d' una verga inflessibile PQ saranno applicate le Potenze uguali P, Q, le quali tirano a piombo d' alto in basso, e divisa questa verga per lo mezzo in C, sia sostenuta per di sotto da un contrasto immobile M, egli è chiaro

FIGURA VIII

1.° Che gli effetti di queste due Potenze, che tentano di far girare la verga intorno al punto C, saranno precisamente fra loro uguali; onde la verga si rimarrà in perfetta quiete, e sarà sempre arbitrario di sostituire una Potenza all' altra, senz'alterare l'equilibrio, che fra esse regna.

2.° Che se le due Potenze saranno espresse dal peso di due Corpi uguali attaccati in P, Q, siccome le direzioni Pp, Qq, in cui questi agiscono, sono le medesime di prima, così il punto di appoggio C dovrà colla sua reazione sostenere la somma P+Q dei due pesi (§. 141).

143 Se la verga PQ in vece d'essere appoggiata in C sopra un contrasto sarà sostenuta in aria dalle Potenze P, Q,

le quali tirano nella medeſima direzione di prima PF, QG, ma però da baſſo in alto, e che nel punto di mezzo C ſi attacchi un peſo $R = P + Q$; ſiccome queſto opera nella medeſima direzione a piombo delle Potenze, ma però in ſenſo oppoſto; così vi ſarà equilibrio fra le due Potenze P, Q inſieme preſe, e il peſo R (§. 134); e queſto peſo R farà lo ſteſſo effetto, che produrrebbe un contraſto immobile applicato in C per di ſopra alla verga (§. 142).

FIGURA IX

144 Finalmente, ſe in vece d'una delle Potenze, e per eſempio P, s' applicherà un punto d' appoggio M per di ſotto alla verga, l' aggravamento, che queſto punto ſoſterrà, ſarà eſpreſſo per $P = R - Q$ (§. 141, 143), cioè per la differenza delle due altre Potenze R, Q, ciaſcheduna delle quali tenta di far girare la verga intorno il punto P.

E ſiccome in tal diſpoſizione niente ſi varia nella quantità, e direzione delle Potenze, così continuerà ad averſi l' equilibrio.

145 Dalle coſe ſpiegate (§. 143, 144) ſi raccoglie.

1.° Che all' azione d' una Potenza si può sempre sostituire un punto d' appoggio, e all' opposito.

2.° Che di tre Potenze applicate a una verga, le quali tirano nella medesima direzione, due di esse insieme prese debbono essere uguali alla rimanente, e tirare in senso oppósto, affinchè la verga stia in perfetta quiete.

La Potenza, che s' oppone alle altre due, si chiama *Forza*, *o Potenza equivalente.*

CAPO SECONDO

Dell' Equilibrio delle Potenze fra loro connesse.

146 Affine di principiare dall'esame di cose semplici per indi passare alle composte, si supporrà in questo capo, che le verghe, le leve, e le corde, che connettono le Potenze, siano inflessibili, senza peso, e grossezza, e che il sito, in cui trovasi un Corpo, o una Potenza, sia rappresentato da un punto. Ciò premesso, cominceremo dalla prima legge fondamentale dell' equilibrio fra le Potenze connesse.

Se due Potenze applicate a una leva agiſcono nella medeſima direzione, e ſono fra di loro in equilibrio intorno un punto della Leva, dico

1.° Che le Potenze ſaranno fra di loro nella ragion reciproca delle riſpettive diſtanze dal detto punto.

2.° Che i momenti delle Potenze per riguardo a queſto punto ſaranno uguali fra di loro.

147 Per dimoſtrare l' addotta propoſizione, ſuppongaſi, che due Potenze uguali P, Q ſiano applicate alle eſtremità P, Q della leva, e che queſte tirino da baſſo in alto in direzioni verticali PF, QG per ſoſtenere nello ſtato dell' equilibrio il peſo R attaccato in C ugualmente diſtante dai punti P, Q, ſuccederà per le coſe dette (§. 142), che gli effetti di queſte due Potenze intorno il punto C ſaranno preciſamente uguali, e che ciaſcheduna di queſte Potenze ſarà la metà del peſo R (§. 143). Ora, ſe in vece della Potenza P ſi ſoſtituirà l' appoggio M per di ſotto la leva, la Potenza Q, e l' appoggio M ſoſterranno come prima ciaſcheduno la metà del peſo R, e continuerà ad averſi

equilibrio (§. 144); ma in queste circostanze la distanza $PC = \frac{PQ}{2}$, adunque nello stato dell'equilibrio rispetto al punto P la Potenza Q stà alla Potenza R reciprocamente come la distanza PC alla distanza PQ, come 1 a 2.

Dalla proporzionalità $Q : R = PC : PQ$ si ricava poi $Q \times QP = R \times PC$, cioè uguali i momenti delle Potenze Q, R rispetto al punto P. Pertanto se due Potenze applicate ec.

148 Supposte le cose, come nell' antecedente paragrafo, si consideri prolungata la leva verso B in modo, che sia $BP = PC$, se si toglierà dal sito C il peso R, e si collocherà in B, farà ivi lo stesso effetto rispetto al punto P, come se fosse in C (§. 142 *n.* 1); onde, se la Potenza Q agirà d'alto in basso nella direzione QG, le Potenze B, Q saranno pure in equilibrio intorno al punto d'appoggio P. Da questa costruzione si ricava adunque $B : Q = PQ : PB$, cioè le Potenze nella ragion reciproca delle distanze al punto P, e uguali i momenti delle medesime $B \times BP$, $Q \times QP$ rispetto ad esso punto P (§. 146).

FIGURA X

La reazione del contrasto M si esprime (§. 141) per B+Q=3 Q per costruzione. Adunque, se si leverà il contrasto M, e che in sua vece si porrà una Potenza P=3 Q, la quale tiri da basso in alto nella direzione PF parallela alle altre, e nel punto B s' adatterà per di sopra il contrasto N, questo farà le veci della Potenza B=2 Q, e continuerà ad aversi l'equilibrio come prima. In questa disposizione di cose si ricava pure P : Q=BQ : BP=3 : 1, cioè le Potenze nella ragion reciproca delle distanze dal punto di appoggio B, ed uguali i momenti P×BP, Q×BQ rispetto ad esso punto B.

Continuando a procedere coll' accennata maniera si dimostrerà colla stessa facilità, che in qualsivoglia proporzione siano le Potenze, queste sono nello stato dell'equilibrio nella ragion reciproca delle distanze dal punto d' appoggio, e uguali i momenti; e quindi sarà provata l' universalità della proposizione del §. 146.

149 Se tre Potenze espresse dalle rette AC, BD, KL sono attaccate alla verga rettilinea AB, e tirando nella FIGURA XI

medesima direzione sono in equilibrio fra di loro, dico, che prolungata la verga, e preso in questa un punto F a piacimento, la somma de' momenti delle Potenze AC, BD per riguardo al punto F, le quali tirano da una banda, sarà uguale al momento della forza equivalente KL rispetto allo stesso punto F, la quale tira nella parte opposta.

Dal paragrafo 143 si ha la Potenza equivalente $KL = AC + BD$, ed essendo le rette $FA = FK - KA$, $FB = FK + KB$, saranno per ipotesi uguali i momenti $AC \times \overline{FK - AK} + BD \times \overline{FK + KB} = \overline{AC + BD} \times FK = KL \times FK$; ma facendo la moltiplicazione, e correggendo l'espressione, si trova $BD \times KB = AK \times AC$, cioè uguali i momenti rispetto al punto K, ove è applicata la forza equivalente (§. 146). Pertanto se tre Potenze ec.

150 Poichè la somma dei momenti $AC \times FA + BD \times FB$ uguaglia il momento $KL \times FK$ della Potenza equivalente, e $KL = AC + BD$, consegue, che, se si dividerà la somma de' momenti per quella delle Potenze, s'avrà $FK = \frac{AC \times FA + BD \times FB}{AC + BD}$

uguale

uguale alla diſtanza, che vi è tra il punto F, e il centro d'equilibrio K.

Se poi il punto F ſi prenderà in A, allora il momento $AC \times FA$ riſpetto al punto A diverrà zero, e ſarà $FK = AK$, $FB = AB$, e quindi l'equazione ſuddetta ſarà mutata in queſt' altra

$$AK = \frac{BD \times AB}{AC + BD}$$

Queſta formola eſſendo compoſta colle quattro grandezze AK, AB, AC, BD, ognivoltachè tre di queſte ſaranno cognite, ſervirà a trovare la quarta. Per eſempio, ſe in B è attaccato un Cannone di peſo $BD =$ libbre 8000, ed è la lunghezza AK della leva di once 100, quella della controleva di un' oncia, ſarà tutta AB di 101 oncia; onde, ſe ſi cerca il valore del peſo AC, che s'equilibra col detto Cannone, ſoſtituendo queſti numeri nella formola

$$AK = \frac{BD \times AB}{AC + BD}, \text{ s'avrà } 100 = \frac{8000 \times 101}{AC + 8000}$$

e quindi ſarà $AC =$ libbre 80.

151 Se le Potenze applicate alla leva, le quali agiſcono nella medeſima direzione, ſono in maggior numero di tre, come le AC, BD, GH, MN, e ſi deve FIGURA XII

trovare il punto K, in cui, applicata una quinta Potenza KL, che agiſce nella ſteſſa direzione delle altre, ſiavi equilibrio fra queſte cinque Potenze, baſterà prendere i momenti di tutte queſte Potenze riſpetto a un punto arbitrario F, e ſi avrà nello ſtato dell'equilibrio, che la ſomma dei momenti delle Potenze AC, BD, MN, le quali tirano dalla medeſima banda, s' equilibra colla ſomma dei momenti delle altre Potenze GH, KL, che tirano nella parte oppoſta, cioè $KL \times FK + GH \times FG = AC \times FA + BD \times FB + MN \times FM$, e quindi ſarà

$$FK = \frac{AC \times FA + BD \times FB + MN \times FM - GH \times FG}{KL}$$

ma nello ſtato dell' equilibrio dee pure la ſomma delle Potenze, che tirano da una parte, uguagliare la ſomma di quelle, che tirano nella parte oppoſta (§. 134, 141), cioè dee eſſere $KL + GH = AC + BD + MN$: adunque ſoſtituendo nella precedente equazione il valore di $KL = AC + BD + MN - GH$, ſi ha

$$FK = \frac{AC \times FA + BD \times FB + MN \times FM - GH \times FG.}{AC + BD + MN - GH}$$

Se in vece del punto F ſi prenderà il punto in A, in tal caſo il momento

della forza AC rispetto a questo punto sarà zero, e l'equazione suddetta sarà convertita in quest' altra

$$AK = \frac{BD \times AB + MN \times AM - GH \times AG.}{AC + BD + MN - GH}$$

152 Dalle formole dell' antecedente paragrafo si raccoglie adunque

1.° Che per aver il centro d'equilibrio di quante Potenze si vogliono applicate a una verga rettilinea, le quali agiscono nella medesima direzione, e dalla medesima banda, basta dividere la somma dei momenti per quella delle Potenze, e il quoziente darà la distanza ricercata dal centro dell' equilibrio al punto, a cui si riferiscono i momenti medesimi.

2.° Che se alcune delle Potenze tirano in senso opposto alle altre, queste si sottrarranno dalle prime non meno, che i loro rispettivi momenti, e indi si dovrà dividere la differenza dei momenti per quella delle Potenze, e il quoziente darà la distanza dal centro d'equilibrio al punto, a cui si riferiscono i momenti medesimi.

153 Le regole date per trovare il centro d'equilibrio fra le Potenze disposte

in linea retta servono anche per qualunque sistema di Corpi connessi con verghe rette, o tortuose, che s'incrocicchiano in diverse guise.

Siano i Corpi connessi A, B, D,
FIGURA XIII K, F, e disposti fra loro in qualsisia maniera. Tirate le rette AB, KD si cominci a trovare il centro d'equilibrio G dei Corpi A, B, e il centro d'equilibrio H degli altri due D, K (§. 150), si rifletta indi, che il punto G sostiene il peso A+B, e che il punto H sostiene il peso D+K (§. 141, 143); onde, tirata la retta GH, si troverà il centro d'equilibrio L fra queste due somme di Corpi A+B, D+K considerate la prima, come se fosse in G, e la seconda in H.

Finalmente trovando il centro d'equilibrio C tra il Corpo F, e la somma A+B+D+K, come se fosse situata in L, s'avrà il punto C pel centro d'equilibrio del proposto sistema; e se questo punto s'incontrerà in una delle verghe, che connettono i Corpi, appoggiato il sistema sopra il punto C, starà in quiete.

154 Dalle cose dimostrate in questo capo intorno le Potenze connesse si com-

prende, che, quando queste agiscono coll' aiuto di leva, producono degli effetti, che sono proporzionali al prodotto della loro quantità assoluta di forza nella distanza tra il punto d' appoggio, e il sito, ov' è applicata la Potenza; ma entriamo in un esame più particolare di questa cosa.

Suppongasi, che la Potenza Q tenti di far girare intorno il punto C la leva CQ da Q verso N, se la direzione, in cui la Potenza agisce sulla leva, sarà a questa perpendicolare, come QB, il momento suo rispetto al punto C sarà $Q \times CQ$; ma se la direzione sarà obbliqua, come QF, allora tirata dal punto C la perpendicolare CL, sarà $Q \times CL$ il momento della stessa Potenza Q rispetto al medesimo punto C (§. 140). Sapremo adunque, che il momento di una medesima Potenza riguardo allo stesso punto, la quale agisce nella direzione perpendicolare alla leva, stà a quello nella direzione obbliqua, come $Q \times CQ : Q \times CL = CQ : CL$, cioè come il seno totale stà al seno dell' angolo FQC. FIGURA XIV.

Si scorge adunque, che la forza massima, che può fare una Potenza coll'

aiuto di leva, ſi ha, quando la Potenza opera in direzione perpendicolare alla leva, e che a miſura, che l' angolo della direzione FQC s' allontana dal retto BQC, ſminuiſce anche l' azione della Potenza.

155 Se avverrà, che l'angolo FQC ſminuiſca di continuo a ſegno, che la retta QF cada ſopra la QC, allora la Potenza Q ceſſerà di agire coll'aiuto di leva, e il ſuo effetto ſarà miſurato dalla ſola quantità di forza aſſoluta Q. In queſto caſo la Potenza non può far girare la leva intorno il punto C, e tutta la ſua azione ſi riduce a tirare la leva da Q verſo C, comprimendo l'oſtacolo M coll' eſtremità C della leva: e ſiccome, quando la Potenza opera nella direzione QB perpendicolare alla leva, l' unico ſuo effetto è di far girare la leva, ſenza cagionare compreſſione alcuna contro l' oſtacolo M, così ſi ſcorge, che, quando la Potenza opera in una direzione QF intermedia alle QB, QC, dee una porzione della ſua azione eſſere impiegata a far girare la leva intorno il punto C, e l' altra porzione eſſere impiegata a comprimere in C l'oſtacolo M coll' eſtremità C della leva.

156 Per determinare quale ſia l'azione della potenza Q per far girare la leva, e quale l' azione impiegata nel comprimere l'oſtacolo M, ſi ſupponga la medeſima coſtruzione della figura antecedente, e fatto centro in Q coll' intervallo QB eſprimente la quantità della Potenza Q ſi deſcriva il quadrante DFB; e ſi tirino le rette FH, FK perpendicolari reſpettivamente alle QC, QB, ſarà QB = QF il ſeno totale dell' angolo FQC, FH = KQ il ſuo ſeno retto, ed HQ = FK il coſſeno. Avremo pertanto, che il momento della forza, che tenta far girare la leva intorno il punto C nella direzione QF, ſarà eſpreſſo dal prodotto di QF nel ſeno retto FH (§. 154), vale a dire, che la Potenza QF, la quale nella direzione obbliqua QF tenta di far girare la leva intorno il punto C, fa lo ſteſſo effetto, come ſe una Potenza QK = FH applicata pure in Q tiraſſe nella direzione perpendicolare QB. Nel coſſeno poi HQ = FK s' eſprime la quantità della forza aſſoluta, con cui la Potenza QF comprime l' oſtacolo M nella direzione QC. FIGURA XV

157 La Potenza QF, che colle altre due FH, HQ forma il triangolo FQH, si chiama *la Forza composta*, e le due FH, QH si dicono *le Forze semplici*, *o Forze componenti.*

Siccome le due forze componenti, come sovra combinate, producono sempre lo stesso effetto, che produce la forza composta, così si può sempre sostituire ad arbitrio la forza composta alle due componenti, e all' opposito.

158 Dicesi *Comporre le Forze*, allorchè a due Potenze se ne sostituisce una, che produce lo stesso effetto, e se in vece di una sola se ne sostituiscono due, che producono lo stesso effetto, si dice *Risolvere le Forze.*

Queste operazioni di comporre, e risolvere le forze sono di un grande uso nelle Meccaniche; e sebbene nell' addottata dimostrazione (§. 156) le forze formino un triangolo rettangolo, nulla di meno è arbitrario di comporre, e di risolvere le forze con triangoli ottusangoli, o acutangoli secondo che torna più in acconcio nei casi particolari.

Finalmente si dee ancora aggiungere, che dopo avere separata una forza in

due, ciascheduna delle componenti si potrà ancora considerare come composta, e si potrà risolvere in altre due, e così di seguito. All' opposito poi due forze composte si potranno considerare come semplici, e con queste formare una terza forza composta, e così proseguire di mano in mano a comporre le forze.

159 Se si prolunga la retta BQ verso R, e si faccia QR = QK = FH, esprimendo QR la direzione, e la quantità d'una Potenza, che tira la leva QC da Q verso R in senso opposto alla QF, la potenza QR sarà in equilibrio colla QF; poichè quest' ultima tirando in tal direzione equivale alla Potenza QK nella direzione QB (§. 156); In oltre essendo la direzione QR perpendicolare alla leva QC, ne consegue (§. 155), che QR non agisce punto contro l'ostacolo M per comprimerlo da Q verso C; onde contro di questo rimane la sola compressione QH della Potenza QF. Se poi si tira la retta HR, questa sarà paralella, e uguale alla QF, poichè unisce le uguali, e paralelle per costruzione QR, HF, e quindi RHFQ sarà un parallellogrammo, di cui QH sarà un suo diametro.

160 Si raccoglie adunque dalle cose dette, che, se due Potenze sono fra loro in equilibrio attorno un punto Q, tirando in direzioni FQ, RQ fra di loro obblique, se si descriverà un paralellogrammo FHRQ nell' angolo FQR delle direzioni, e colle rette FQ, RQ, che esprimono la quantità di ciaschedu-na Potenza, il diametro HQ, che passa pel punto Q, esprimerà la reazione, o sia la resistenza, che incontra la leva, e conseguentemente, se dopo avere prolungata CQ verso N, si farà QN = QH, esprimerà QN la direzione, e la quantità di una terza Potenza equivalente, la quale tirando da Q verso N s'equilibra colle altre due QF, QR.

Facendo poscia de' ragionamenti analoghi ai precedenti si dimostrerà, che, se tre Potenze espresse nella loro quantità, e direzione dalle rette QF, QR, QN sono tra loro in equilibrio attorno al punto Q, tirandolo ciascheduna a se, o spingendolo nella parte opposta, descrivendo un paralellogrammo con due di queste rette, e nell' angolo, che queste formano, il diametro di questo paralellogrammo, che passa pel punto

Q, ſarà ſempre uguale, e indiritto della terza Potenza.

161 Per applicare il precedente teorema alle Potenze, che, eſſendo attaccate in qualunque modo a una verga retta, o tortuoſa, tirano in direzioni, che ſono fra di loro obblique, conviene far oſſervare, che l' azione di una Potenza Q, la quale tira, o ſpinge il punto C per mezzo di una corda, o verga, è ſempre la ſteſſa in qualſivoglia punto F della direzione CQ ſarà applicata la Potenza. Queſta propoſizione, eſſendo chiara da ſe, non abbiſogna di dimoſtrazione. Ciò premeſſo. FIGURA XVI

162 Due Potenze AC, BD applicate ai punti A, B d' una verga AKB retta, o tortuoſa tirano dalla medeſima banda, e in direzioni fra loro obblique AC, BD. Si cerca una terza Potenza KL, che applicata a un punto K della verga ſia in equilibrio colle altre due. FIGURA XVII

Si prolunghino le direzioni ACG, BDH, finchè s' incontrino in un punto F, e ſi faccia FG = AC, FH = BD, e compito il paralellogrammo FGEH, ſi tiri il diametro EF indefinitamente verſo L, e facciaſi KL = EF, ſarà KL

la direzione, e la quantità della terza forza ricercata: imperciocchè la Potenza applicata in A, che tira da A verso C, fa lo stesso effetto, come se fosse applicata in G (§. 161), e così ancora la Potenza applicata in B, che tira da B verso D, fa lo stesso effetto, come se fosse applicata in H; e però le due forze applicate in G, H tendono a tirare a se il punto F; ma perchè la terza forza KL è uguale al diametro FE, ed è nella medesima direzione, tirando in senso opposto alle altre due, così vi sarà equilibrio fra le tre Potenze (§. 160).

Se le Potenze tirassero da A verso P, e da B verso Q, allora la terza Potenza applicata in K dovrebbe tirare da K verso F, cioè sempre in senso opposto alle altre due (§. 145).

163 Il punto F, ove s'intersecano le direzioni delle forze, si chiama *il Punto di Concorso*, e la linea LFE, ch'è nella direzione della forza equivalente KL, si chiama *Linea dell' Equilibrio.*

164 Se le due forze AC, BD attaccate alla verga AB tirano in parti contrarie, cioè una da A verso C, e l'altra da B verso D, e si voglia trovare una

FIGURA XVIII

terza Potenza MN nello ſtato dell'equilibrio, converrà prolungare le direzioni obblique AC, BD dalla banda di F, ove ſi poſſono incontrare, e fatto FG = AC, FH = BD, ſi veda da qual parte ſi deſidera applicare la terza Potenza, e ſuppoſto, che ſia dalla parte di M, ſi conſideri FG pel diametro di un paralellogrammo, ed FH per un ſuo lato; compito il paralellogrammo FHGE ſi prolunghi il lato EF verſo N, e la verga BA verſo M in qualunque maniera, finchè s' interſechi in M coll' EF prolungata: ſe ſi farà MN = EF, ſarà MN la direzione, e la quantità della terza forza ricercata, la quale tira da M verſo N.

Se poi ſi voleſſe la terza forza dalla banda di P, dopo avere prolungate le direzioni AC, BD verſo F, e fatto FG = AC, FH = BD, ſi conſidererà FH pel diametro d'un paralellogrammo, e FG per un ſuo lato, compito il paralellogrammo FGHO, ſi prolungherà il lato OF verſo P, come pure la verga AB in qualſiſia maniera, purchè ſeghi il lato prolungato, e fatto PQ = FO, ſarà PQ la direzione, e la quan- FIGURA XIX

tità della terza Potenza ricercata, la quale tirerà da P verſo Q.

FIGURA XX. 165 Se le Potenze applicate alla verga, le quali tirano in direzioni obblique, ſono più di due, come AC, BD, GH, PQ, e ſi dee trovare la forza equivalente KL, che colle ſuddette ſi equilibra, ſi potrà ciò fare col comporre le forze, o col riſolverle.

Per arrivare a ciò, componendo le forze, baſta cominciare a ridurre due Potenze in una ſola, per eſempio le AC, BD col prolungare le loro direzioni dalla banda di F, ove s' incontrano, facendo il paralellogrammo FEIO, in cui ſia FE = BD, FO = AC, e per li punti I, F tirata la retta IFM, e fatta MN = IF (§. 162), ſarà MN la direzione, e la quantità della forza compoſta, la quale applicata in M fa lo ſteſſo effetto delle altre due ſemplici AC, BD. Nell' iſteſſa maniera s' opererà per avere la forza compoſta RS, che applicata in R fa lo ſteſſo effetto delle altre due ſemplici GH, PQ. Dopo avere in tal guiſa ridotte tutte le Potenze date alle due ſole MN, RS, a queſte ſi troverà poi (§. 162) la direzione, e la quantità della forza equivalente KL.

Se avviene, che le forze MN, RS riescano fra loro paralelle, in tal caso la direzione della forza equivalente sarà pure paralella a queste, e la sua quantità sarà espressa per MN + RS (§. 143), e il centro d'equilibrio K si troverà secondo il §. 150.

166 Per risolvere lo stesso problema, discomponendo le forze, si farà come segue. Siano applicate alla verga AG le Potenze AC, BD, RM, GH, le quali tirano in direzioni oblique, e si debba trovare il centro d'equilibrio K, la direzione, e la quantità della forza equivalente. FIGURA XXI

Si risolva ciascheduna Potenza in due (§. 158), una delle quali sia nella retta AG, e l'altra sia perpendicolare alla AG, come s'osserva ne' triangoli AIC, BDP, GHQ, RMN rettangoli respettivamente in I, P, Q, N. Si trovi (§. 151) la distanza

$$AK = \frac{IC \times AI + PD \times AP + QH \times AQ - MN \times AN}{IC + PD + QH - MN}$$

pel centro d'equilibrio K, che compete alle forze semplici, e paralelle IC, PD, QH, MN.

Per avere ora la direzione, e la quantità della forza equivalente, si rifletta, che le forze GQ, NR agiscono contro il punto K ambedue da G verso K nella direzione GK; onde la loro azione sarà espressa per GQ + RN. Ma delle altre due forze AI, PB situate dall' altra parte del punto K l'azione si fa in senso fra loro opposto, poichè tirando AI da A verso K, l'altra PB tira da K verso A, e perciò s' avrà AI − PB. Si sottragga questa quantità dall' altra, e sarà GQ + RN − AI + PB, la qual espressione, se sarà zero, farà vedere, che le forze semplici, le quali agiscono di quà, e di là dal punto K nella direzione AG, s' equilibrano fra di loro; onde la direzione, e quantità della forza equivalente sarà espressa dalla perpendicolare KF = IC + PD + QH − MN (§. 134, 151). Ma se l' espressione GQ + RN − AI + PB sarà una quantità $= z$, dal punto F si tirerà la retta OFL parallella all' AG, e si noterà il valore di z da F in L, se sarà positivo, e da F in O, se sarà negativo, e sarà KL nel primo caso la direzione, e quantità della forza equivalente: ma dovrà prendersi

KO

KO nel secondo caso per la direzione, e quantità della forza equivalente secondo le cose già spiegate.

167 Per acquistare una piena notizia dell' equilibrio fra le Potenze connesse con una verga, le quali agiscono in direzioni obblique, restano ancora a considerarsi le medesime cose sotto un altro punto di vista.

Se due Potenze AC, AD s' equilibrano intorno al punto A con una terza forza AB, le due forze AD, AC stanno fra di loro nella ragion reciproca delle perpendicolari tirate da qualsivoglia punto preso nella direzione BF della terza forza sulle direzioni AD, AC delle altre due forze. FIGURA XXII

Colle rette CA, DA si faccia il parallellogrammo CADF nell'angolo CAD, sarà il diametro AF uguale, e per diritto della terza forza AB (§. 160). Dal punto F si tirino le FK, FL perpendicolari alle AC, AD prolungate, se sia di bisogno, e si consideri AF per seno totale degl' angoli FAL, FAK, sarà FL il seno dell' angolo FAL, ed FK il seno dell' angolo FAK=AFD. Ma dalla Trigonometria si ha, che i lati

di un triangolo ſtanno fra di loro, come i ſeni degl'angoli oppoſti; adunque nel triangolo CFA ſimile, e uguale all'altro DFA s'avrà CF : FK = CA : FL, e permutando, e ſcrivendo in vece di CF il ſuo uguale AD ſarà

AD : AC = FK : FL. Pertanto ſe due forze ec.

La medeſima dimoſtrazione avrà luogo, ſe in vece del paralellogrammo CADF ſe ne farà un altro ſimile AIGH, e ſi tireranno le perpendicolari GM, GN.

168 Se tre forze eſpreſſe nella quantità, e nella direzione dalle rette AC, BD, KL attaccate alla verga AKB ſono fra loro in equilibrio, e ſi tiri la retta AB, che interſeca in M la direzione LKF della forza equivalente KL, dico, che le due forze AC, BD ſtanno fra di loro nella ragion reciproca delle perpendicolari MQ, MP tirate dal punto M ſulle direzioni delle forze medeſime.

FIGURA XXIII

Sia F il punto di concorſo delle tre forze, e ſiano tirate dal punto M le rette MG paralella alla BF, MH paralella all'AF, s'avrà nelle rette FM,

FH, FG = MH la proporzione delle tre forze, e quindi sarà FH : MH = BD : AC; ma dall' antecedente paragrafo si ha FH : MH = MP : MQ; adunque sostituendo le forze BD, AC alle rette proporzionali sarà BD : AC = MP : MQ. Pertanto ec.

169 Le parti MB, MA della retta AB segata dalla linea dell' equilibrio K sono nella ragion reciproca delle Potenze BD, AC divise per le loro rispettive distanze dal punto di concorso F, FIGURA XXIV cioè $MB : MA = \frac{AC}{AF} : \frac{BD}{BF}$.

Dal punto F si tiri FI perpendicolare all' AB, e dal punto M si tirino le MP, MQ perpendicolari rispettivamente alle AF, BF, e si consideri, che sono simili fra di loro per costruzione i due triangoli AIF, APM, e che sono pure simili fra di loro gli altri due triangoli BIF, BMQ; s' avrà perciò MQ : FI = MB : BF, FI : MP = AF : AM, e moltiplicando queste due analogie termine per termine, e correggendo l' espressione sarà
MQ : MP = MP × AF : AM × BF; è

scrivendo $AC:BD$ in vece di $MQ:MP$, e permutando sarà
$AC:MB \times AF = BD:MA \times BF$, o sia $\frac{AC}{AF}:MB = \frac{BD}{BF}:MA$, e invertendo avremo $MB:MA = \frac{AC}{AF}:\frac{BD}{BF}$. Pertanto le parti ec.

170 Se nella proposizione antecedente si suppone, che il punto di concorso F s'allontani infinitamente dal punto M, le direzioni delle tre forze riusciranno fra loro paralelle, e sarà in questo caso $AF = BF$; onde l'analogia $MB:MA = \frac{AC}{AF}:\frac{BD}{BF}$ diverrà $MB:MA = AC:BD$, che è appunto il teorema dimostrato (§. 146, 147, 148) per le Potenze, che agiscono nella medesima direzione.

In oltre nella fatta supposizione l'angolo F formato dal concorso dei due lati del paralellogrammo delle forze diventa infinitamente piccolo, e quindi il diametro di un tal paralellogrammo esprimente la forza equivalente riesce uguale ai due lati insieme presi, vale a dire, che la forza equivalente è uguale alla somma delle altre due.

Da questo si scorge, che il teorema dimostrato nell' antecedente paragrafo è generalissimo, poichè ha luogo in qualsivoglia direzione agiscano le Potenze:

171 Per compimento di questa teoria basterà far osservare, che in qualsivoglia sistema di Potenze fra loro connesse in qualunque maniera

1° Se si risolverà ciascheduna Potenza in due, dimodochè tutte le Potenze semplici prese in un senso siano fra loro paralelle, e lo stesso succeda alle altre Potenze semplici prese in altro senso, si potrà sempre colle date regole trovare il centro d'equilibrio delle Potenze connesse.

2.° Se dal centro d' equilibrio si tireranno delle perpendicolari su ciascheduna direzione delle Potenze connesse, s' avrà sempre, che la somma dei momenti di quelle, che agiscono da una banda, è uguale alla somma dei momenti delle altre, che agiscono dalla parte opposta.

Tralasceremo di addurre la dimostrazione di questa proposizione, deducendosi facilmente dalle cose di già insegnate.

CAPO TERZO

Del Centro di Gravità.

172 In ciaſchedun ſolido, in ciaſcheduna ſuperficie, e linea evvi un punto, intorno a cui s'equilibrano tutti gli elementi, che coſtituiſcono queſte grandezze. Un tal punto chiamaſi *Centro di Gravità*, nonoſtante che la linea, e la ſuperficie Matematica ſiano ſenza peſo.

173 Il centro d'equilibrio di qualſiſia ſiſtema di Corpi, la cui azione dipende dal peſo della materia, che gli coſtituiſce, ſi chiama pure *Centro di Gravità.*

174 Se ſi dividerà una retta AB per metà in C, queſto punto ſarà il centro di gravità della propoſta retta.

Si chiami $AB = x$, ſarà la ſua
FIGURA XXV fluſſione $BF = dx$. Si conſideri ciaſcun elemento, o fluſſione dx, come un peſo, il momento ſuo riſpetto al punto A ſarà $AB \times BF = x dx$ (§. 139) di cui l'integrale $\frac{x^2}{2}$ eſprime la ſomma de'momenti di queſta retta. Ora, ſe ſi dividerà queſta ſomma per quella dei peſi, o degli elementi $= x$, s'avrà $\frac{x^2}{2x} = \frac{x}{2} =$

$\frac{AB}{2}$ = AC, ch'è la diſtanza dal centro di gravità C al punto A (§. 152).

175. Se una linea retta divide pel mezzo tutti gli elementi d'una ſuperficie piana, il centro di gravità della ſuperficie ſarà nella retta, che divide pel mezzo queſti elementi.

Sia per eſempio il paralellogrammo ABCD cogli elementi AEFB, EEFF, EFDC tutti diviſi pel mezzo dalla retta GH. Si conſiderino i ſemielementi uguali come tanti peſi, ſiccome queſti ſono equidiſtanti dal riſpettivo punto d'appoggio, così ſarà AEIG in equilibrio col ſuo corriſpondente GIFB; EEII in equilibrio col ſuo corriſpondente IFFI; ECHI in equilibrio col ſuo corriſpondente IHDF; e quindi la ſomma di tutti i ſemielementi eſpreſſa dalla ſuperficie ACHG ſarà in equilibrio colla ſomma GHDB degli altri ſemielementi, che trovanſi dall' altra banda della retta GH. Sarà adunque GH un aſſe d'equilibrio, in cui eſiſterà conſeguentemente il centro dell' equilibrio, o ſia il centro di gravità della ſuperficie ACDB. FIGURA XXVI

Con un ſomiglievole ragionamento ſi proverà, che il centro di gravità del triangolo, del cerchio, della parabola, dell' ellíſſe, e di qualſivoglia altra figura piana eſiſte nella retta, che divide in due parti uguali tutti gli elementi della figura.

176 Poichè la retta, che divide in due parti uguali tutti gli elementi di una ſuperficie piana, contiene il centro di gravità della ſuperficie (§. 175), conſegue, che, ſe gli elementi ſaranno diviſibili nella ſteſſa guiſa da due rette, il centro di gravità della ſuperficie ſarà nel punto d' interſecazione di queſte due
FIGURA XXVII rette. Per la qual coſa, ſe nel parallelogrammo ABCD ſi tireranno i due diametri AC, BD, s' avrà nel loro punto d' interſecazione E il centro di gra-
FIGURA XXVIII vità. Se nel triangolo FGH ſi tireranno le rette HL, FI, ciaſcheduna delle quali divida in due parti uguali il propoſto triangolo, s' avrà nel punto d' interſecazione K il centro di gravità. Per la medeſima ragione i due diametri MN, PQ d'un cerchio, o d' un'
FIGURA XXIX elliſſe MPQN dividendo pel mezzo tutti gli elementi di queſte due figure, ſi

avrà nel loro punto d'interſecazione R il centro di gravità, il quale ſi confonde col centro di figura.

177 Ma nelle altre figure piane, nelle quali tutti gli elementi ſono diviſibili pel mezzo da una ſola retta, come ſono il Trapezio, il Semicerchio, la Semielliſſe, la Parabola, l'Iperbola ec. In quelle figure, diſſi, ſarà neceſſario venire ancora a qualche altra operazione, per avere il loro centro di gravità.

178 Per trovare il centro di gravità del trapezio ABCD ſi prolunghino i due lati obbliqui AB, CD dalla parte, ove ſono convergenti, finchè s'incontrino in F, e ſi tiri la retta FK, che divida il triangolo AFD in due parti uguali, queſta dividerà anche per metà il triangolo BFC, e il trapezio ABCD, e conſeguentemente i centri di gravità di queſte due figure eſiſteranno nella retta FK (§. 175). FIGURA XXX

Si trovi il centro di gravità E del triangolo BFC, e il centro di gravità G del triangolo AFD (§. 176); e indi ſi rifletta, che il punto G dee eſſere il centro d'equilibrio tra il triangolo BFC,

e il trapezio ABCD; onde per le cose insegnate nel capo antecedente dee il centro di gravità H del trapezio essere da G verso K. Suppongasi ora, che la superficie ABCD esprima un peso attaccato all'estremità H della verga EH, e che all'altra estremità E sia attaccato un altro peso espresso dal triangolo BFC, sarà nello stato dell' equilibrio (§. 150) $ABCD \times GH = BFC \times GE$, e quindi avremo $GH = \frac{BFC \times GE}{ABCD}$ per la ricercata distanza, e sarà H il centro di gravità del proposto trapezio.

179 Per trovare il centro di gravità di qualsivoglia rettilineo basterà ripartirlo in triangoli, e dopo aver trovato il centro di gravità di ciaschedun triangolo, si troverà poi il centro comune a tutti secondo il §. 153.

Per esempio sia ABCD un Trapezzoide, si divida in due triangoli colla
FIGURA XXXI. retta AC, e si trovino i centri di gravità E, F di ciascun triangolo (§. 176), e tirata la retta EF si consideri come una verga, alle estremità della quale sono attaccati i pesi espressi dalla superficie dei corrispondenti triangoli; di que-

ſti ſi trovi il centro d' equilibrio G ſecondo il §. 150, e ſarà queſto punto G il ricercato centro di gravità del propoſto Trapezzoide.

Debbaſi trovare il centro di gravità del rettilineo KHILMN; ſi ripartirà queſta ſuperficie ne' triangoli HIL, KLH, KLM, KMN, e trovato il centro di gravità a ciaſcheduno di queſti ſeparatamente, ſi cercherà il centro comune a tutti ſecondo il §. 153; conſiderando a tal fine ciaſchedun triangolo come un peſo raunato nel ſuo centro di gravità. FIGURA XXXII

180 Il centro di gravità di una ſuperficie miſtilinea ABC terminata da una curva, e da una retta, ſi trova nella ſeguente maniera, purchè tutti gli elementi AHKC, HLMK ſiano diviſibili in due parti uguali da una retta BF, come ſono la parabola, l' iperbola, le porzioni di cerchio, e dell' elliſſe ec. FIGURA XXXIII

Si conſideri ciaſchedun elemento della ſuperficie come un peſo attaccato alla BF, e ſi trovi il momento di queſt' elemento per riſpetto al vertice B. A tal fine ſi chiami qualſivoglia aſciſſa BF $= x$, la cor-

rispondente ordinata $AF = FC = y$, sarà $AHKC = 2ydx$ un elemento qualsisia del mistilineo ABC; e moltiplicando quest' elemento per la corrispondente distanza $BF = x$; sarà $2yxdx$ il momento dell' elemento.

Se s' integrerà separatamente ciascheduna di queste formole col sostituire in vece di y il suo valore dato per x dall' equazione alla curva, s' avrà in detti integrali la somma degl' elementi, e quella de' momenti; onde, se si dividerà questa per quella, il quoziente $\frac{\int 2yxdx}{\int 2ydx}$ darà la distanza BG pel ricercato centro di gravità G (§. 152).

181 Per applicare la data regola a casi particolari sia la curva ALBMC una parabola dell' equazione $y^2 = px$, sostituendo nelle due formole il valore di y dedotto da questa equazione si ha

$$1.^a \quad 2ydx = 2p^{\frac{1}{2}}x^{\frac{1}{2}}dx$$

$$2^a \quad 2yxdx = 2p^{\frac{1}{2}}x^{\frac{3}{2}}dx,$$ e integrando ciascheduna d' esse sarà

$\frac{4p^{\frac{1}{2}}x^{\frac{3}{2}}}{3}$ la somma degli elementi, e

$\frac{4p^{\frac{1}{2}}x^{\frac{5}{2}}}{5}$ quella dei momenti, e divisa questa somma per l' altra sarà

$$\frac{3 \times 4 p^{\frac{1}{2}} x^{\frac{5}{2}}}{5 \times 4 p^{\frac{1}{2}} x^{\frac{3}{2}}} = \frac{3}{5} x = \frac{3}{5} BF = BG;$$

onde sarà G il ricercato centro di gravità.

Se l' equazione della curva, a cui si cerca il centro di gravità, sarà $y^3 = x^2$, sostituendo questo valore di $y = x^{\frac{2}{3}}$ nelle formole, sarà

1.ª $2y\,dx = 2x^{\frac{2}{3}}\,dx$

2.ª $2yx\,dx = 2x^{\frac{5}{3}}\,dx$, e integrando s' avrà $\frac{6x^{\frac{5}{3}}}{5}$ per la somma degli elementi, e $\frac{3}{4}x^{\frac{8}{3}}$ per la somma de' momenti; onde dividendo la seconda per la prima si ha $\frac{5 \times 3 x^{\frac{8}{3}}}{4 \times 6 x^{\frac{5}{3}}} = \frac{5}{8} x = \frac{5}{8} BF = BG$.

Se la superficie ALBMC sarà un semicerchio dell' equazione $y^2 = ax - x^2$,

col sostituire il valore di $y = \sqrt{ax - x^2}$ nelle due formole, s' avrà

$$1.^a \quad 2y\,dx = 2\sqrt{ax - x^2} \times dx$$

$$2.^a \quad 2yx\,dx = 2\sqrt{ax - x^2} \times x\,dx,$$

e integrando, e dividendo sarà

$$\frac{\int 2\sqrt{ax - x^2} \times x\,dx}{\int 2\sqrt{ax - x^2} \times dx} = BG,$$

le quali integrazioni, come abbiamo veduto nei principj di Matematica sublime, non si possono avere, che per approssimazione.

Nella stessa maniera si opererà per trovare il centro di gravità dell' iperbola, delle porzioni d' ellisse, e delle altre curve, di cui tutti gli elementi sono divisibili da una retta in due parti uguali; altro divario non potendosi incontrare, se non nel calcolo.

182 Se poi il mistilineo, a cui si dee trovare il centro di gravità, sarà contenuto da più di due linee, si opererà nel modo seguente.

Sia in primo luogo il mistilineo
FIGURA ABCDE contenuto da una sola curva
XXXIV BDC, e da due, o più rette. Alla curva suddetta si sottenda la corda BC;

s'avrà il rettilineo ABCE, e il mistilineo BDC contenuto questo da una sola curva, e da una retta, e conseguentemente, se il medesimo avrà tutti i suoi elementi divisibili per metà da una qualche retta, se ne troverà il centro di gravità F secondo il §. 180., e trovato indi il centro di gravità H del rettilineo ABCE (§. 179), si cercherà il centro comune di gravità G fra le due superficie ABCE, BDC (§. 179), purchè la curva BDC volga la sua convessità al di fuori; ma se la curva volgerà la sua convessità verso l'interno della figura, come nel mistilineo KLMNOS, allora, dopo aver tirata la corda KM, e trovati i centri di gravità P del mistilineo KLM, e il centro di gravità Q del rettilineo KMNOS, si tirerà la retta PQ prolungata verso R, e conformemente al §. 178 si troverà la distanza $QR = \frac{KLM \times QP}{KLMNOS}$, e sarà R il ricercato centro di gravità del proposto mistilineo KLMNOS. FIGURA XXXV

183 Sia in secondo luogo il mistilineo contenuto da più d'una curva, come ABCDEFHG. Per avere il suo cen-

FIGURA XXXVI tro di gravità converrà a ciascheduna curva ABC, CDE, GHF sottendere la corrispondente corda AC, CE, GF, affinchè s' abbiano i mistilinei semplici ABC, CDE, GHF, di ciascheduno de' quali si troverà il centro di gravità N, O, P, (§. 180), e trovato il centro di gravità K del rettilineo ACEFG (§. 179), si cercherà il centro L di gravità del mistilineo ACEFHG (§. 182), in cui trovasi una sola curva, che volge la sua convessità GHF verso l' interno della figura; e finalmente tra il mistilineo suddetto, e gli altri due semplici ABC, CDE si troverà il centro comune di gravità M conforme ai §§. 179, 182.

Le regole per trovare il centro di gravità nelle superficie di diversa specie sono necessarie nell' Architettura Militare, e Civile per determinare la resistenza, che le muraglie di cinta oppongono ai terrapieni, e quella dei piè dritti, che debbono sostenere archi, volte, cupole ec.

184 Passiamo alle regole per trovare il centro di gravità dei solidi.

Se

Se un piano ſegante dividerà in due parti uguali, e fra loro ſimili tutti gli elementi di un ſolido, il centro di gravità di queſto ſolido ſarà nel piano ſegante. Per dimoſtrare queſta propoſizione baſterà fare delle rifleſſioni analoghe a quelle del §. 175.

Da queſta propoſizione ne conſegue, che, ſe tutti gli elementi di un ſolido ſaranno diviſibili nell'additata maniera da due piani ſeganti, il centro di gravità del ſolido ſarà nella retta prodotta dall' interſecazione di queſti due piani; e ſe il ſolido ſarà diviſibile nella deſcritta maniera da tre piani ſeganti, i quali non abbiano, che un ſolo punto comune, queſto punto ſarà il centro di gravità del ſolido.

185 Il paralellepipedo, il cilindro, e la sfera eſſendo diviſibili da tre piani nella deſcritta maniera, ſe ne potrà facilmente trovare il centro di gravità colla Geometria Euclidea.

Ma riſpetto a quei ſolidi, i cui elementi ſono diviſibili in due parti uguali, e ſimili da uno, o da due piani ſolamente, in tali caſi conviene venire ancora ad altre operazioni per trovare il

loro centro di gravità, le quali operazioni riescono però più composte, allorchè si tratta di trovare il centro di gravità in quei solidi, i cui elementi sono divisibili in parti simili, e uguali da un solo piano.

186 Gli elementi delle piramidi, dei coni, e dei conoidi retti, e inclinati, e di tutti quei solidi generati dal rivolgimento di una figura piana intorno a un suo lato rettilineo, essendo tutti divisibili in due parti uguali, e simili, da piani, che s'intersecano nell'asse di questi solidi, sarà il centro di gravità di tali solidi nel loro asse (§. 184).

FIGURA XXXVII Per trovare il centro di gravità di questi solidi espressi dalla figura ABECH, di cui AF esprime l'asse. Suppongasi, che BAC sia un piano per l'asse, e sia un'ascissa qualunque $AF = x$, la sua ordinata $BF = CF = y$, sarà $y^2 dx$ l'elemento del solido, o di una quantità proporzionale ad esso, e $y^2 x dx$ esprimerà il momento di quest' elemento per rispetto al punto A.

Se per mezzo d'un'equazione sarà cognita la natura del piano ABC, col sostituire nelle due formole $y^2 dx$, $y^2 x dx$

il valore di y dato per x da questa equazione, s'avrà nelle integrali di dette formole la somma degli elementi, e quella dei momenti di essi; onde divisa questa somma per quella, sarà $\frac{\int y^2 x dx}{\int y^2 dx}$ la distanza AG del centro di gravità G (§ 152).

187 Per esemplificare sia il solido BAC una piramide, o un cono, sarà AFC un triangolo, e quindi la proporzione dell' ascissa alla corrispondente ordinata sarà costante; per la qual cosa si potrà scrivere x in vece di y nelle formole, e sarà

1.ª $y^2 dx = x^2 dx$.

2.ª $y^2 x dx = x^3 dx$, e integrando sarà $\frac{x^3}{3}$ la somma degli elementi, e $\frac{x^4}{4}$ quella de' momenti, onde $\frac{3 \times x^4}{4 \times x^3} = \frac{3}{4} x = \frac{3}{4}$ AF = AG sarà la ricercata distanza pel centro di gravità G.

Se il solido proposto sarà un conoide formato dalla rivoluzione della semiparabola AKC intorno all' asse AF, la cui equazione sia $px = y^2$, sostituendo questo valore di y^2 nelle due formole, s' avrà

1.ª $y^2 dx = p x dx$

2.ª $y^2 x dx = p x^2 dx$, e integrando sarà $\frac{p x^2}{2}$ la somma degli elementi, e $\frac{p x^3}{3}$ quella dei momenti, onde $\frac{2 \times p x^3}{3 \times p x^2} = \frac{2}{3} x = \frac{2}{3}$ AF = AG.

Se il solido sarà generato da una curva AIC, la quale volgendo la sua convessità verso la retta AF, che le è tangente in A, si sia aggirata intorno a questa retta, e che l'equazione della curva sia $x^5 = m^3 y^2$, sostituendo $\frac{x^5}{m^3}$ in vece di y^2 nelle formole s'avrà

1.ª $y^2 d x = \frac{x^5 d x}{m^3}$

2.ª $y^2 x d x = \frac{x^6 d x}{m^3}$, e integrando sarà $\frac{x^6}{6 m^3}$ la somma degli elementi, e $\frac{x^7}{7 m^3}$ quella dei momenti; onde fatta la divisione della seconda somma per la prima sarà $\frac{6 x}{7} =$ AG.

Se il solido sarà prodotto dalla rivoluzione di un arco di cerchio, o di

un' iperbola equilatera intorno alla parte AF del diametro, ſarà $y^2 = ax \mp x^2$ l' equazione del piano ſegante BAC, e perciò ſoſtituito il valore di y^2 nelle due formole ſarà

1.ª $y^2 dx = ax dx \mp x^2 dx$.

2.ª $y^2 x dx = ax^2 dx \mp x^3 dx$, e integrando avremo $\frac{ax^2}{2} \mp \frac{x^3}{3}$ per la ſomma degli elementi, e $\frac{ax^3}{3} \mp \frac{x^4}{4}$ per quella de' momenti, e fatta quindi la diviſione ſarà $\frac{\overline{4a \mp 3x} \times x}{6a \mp 4x} = AG$, e così di altri conſimili caſi.

188 Colle date regole ſarà facile trovare il centro di gravità dei Corpi, che ſono porzione di qualcheduno dei ſolidi del §. 183, 186, e di quegli altri Corpi, che ſono compoſti con i diviſati ſolidi ſemplici. Per eſempio per trovare il centro di gravità delle piramidi tronche, dei coni, e conoidi tronchi, delle zone ec., purchè le due baſi AD, BC ſiano fra loro paralelle, ſi deſcriverà la rimanente porzione del ſolido BFC; indi ſi troverà il centro di gra- FIGURA XXXVIII

vità G di tutto il sólido AFD, e il centro di gravità K del solido BFC.

Dopo del che si rifletta, che i centri di gravità dei due solidi BFC, e del tronco ABCD debbono essere di quà e di là del punto G, che loro serve di centro d' equilibrio, e nell' asse KGH.

Suppongasi, che H sia il centro di gravità del tronco ABCD, sarà nello stato dell' equilibrio il prodotto di GK nel solido BFC uguale al prodotto di GH nel tronco ABCD (§. 150), e quindi avremo $GH = \frac{GK \times BFC}{ABCD}$ distanza ricercata.

La medesima regola servirà per li solidi interi, o tronchi, i quali hanno qualche vano interno; purchè la sua figura sia simile a quella dei solidi (§ 185, 186). Per esempio debbasi trovare il centro di gravità del solido EILNOSKM, nel quale evvi un vano LNOS. Si cerchi prima il centro di gravità P del solido EIKM considerato, come se fosse tutto massiccio, indi si trovi il centro di gravità Q del vano LNOS; se il punto Q cadrà in P, sarà P il ricerca-

FIGURA XXXIX

to centro del propoſto ſolido col vano; ma ſe Q cadrà fuori di P, ſi tirerà la retta PQ, e nella parte prolungata verſo R ſi noterà la diſtanza $PR = \frac{PQ \times LNOS}{EILNOSKM}$, e ſarà R il ricercato centro di gravità.

189 Finalmente per trovare il centro di gravità d'un ſolido compoſto dagli anzidetti ſemplici, per eſempio del ſolido ABCDEFG compoſto d'un emiſfero CDE, di un cilindro BCEF, e di un cono tronco ABFG, baſterà concepire, che per mezzo dei convenienti piani ſeganti CE, BF tutto il ſolido propoſto ſia diviſo nei mentovati ſemplici, e dopo avere trovato il centro di gravità particolare a ciaſcheduno d'eſſi (§. 185, 186), ſi troverà il centro di gravità comune a tutti i ſolidi ſemplici ſecondo il §. 153. FIGURA XL

Operando a norma di queſto, e dell'antecedente paragrafo ſi troverà il centro di gravità di quei ſolidi compoſti, che hanno anche dei vani interni della figura dei diviſati ſolidi (§. 185, 186). Eſſendo i Cannoni, e i Mortai ſolidi appartenenti a queſta categoria, ſe

ne troverà il centro di gravità colle medesime regole. Tal determinazione serve a collocare le maniche, e i perni in queste Artiglierie coi riguardi, che si convengono per la pratica.

CAPO QUARTO

Della resistenza dei Corpi, che procede dalla gravità.

190 Dalla sperienza si ricava, che tutti i Corpi in virtù della propria gravità s' accostano al centro della Terra pel cammino più breve, ognivoltachè non sono trattenuti da ostacoli direttamente opposti a questo cammino. Ora, essendosi fatto vedere nei due capi antecedenti, che l' azione della gravità d' uno, o più corpi connessi manifestasi, come se tutta la materia fosse ragunata nel centro di gravità del Corpo, o del sistema, ne consegue, che il Corpo, o il sistema si moverà verso il basso, ognorachè il suo centro di gravità potrà avvicinarsi a quello della Terra; ma se il movimento del centro

di gravità ſarà direttamente impedito, il Corpo, o il ſiſtema rimarrà in perfetta quiete.

191 Il movimento del centro di gravità è impedito direttamente, allora quando il Corpo ſoſpeſo a una corda, o ſituato ſopra un piano orizzontale ha il ſuo centro di gravità nella linea a piombo, che paſſa pel punto di ſoſpenſione, o per quello dell'appoggio; ma ſarà libero il movimento di queſto centro, ſe il punto di ſoſpenſione, o quello d'appoggio ſono fuori della linea a piombo, che paſſa per queſto centro.

La linea a piombo, che paſſa pel centro di gravità d' un Corpo, o d'un ſiſtema qualſivoglia, ſi chiama *Linea di Direzione*.

192 Dalle premeſſe de' due precedenti paragrafi ſi ricavano le ſeguenti conſeguenze.

1° Che la ſituazione naturale di uno, o più Corpi ſoſpeſi a una corda, o verga mobile intorno a un punto fiſſo nella parte ſuperiore è la direzione a piombo della corda, e della verga medeſima, e che i Corpi in tal modo ſoſpeſi, ſe ſono rimoſſi da tal direzione, cion-

dolano, tosto che si lasciano in libertà.

2° Che se sopra un piano orizzontale BC si colloca una sfera BD, il cui centro di gravità sia nella linea a piombo BD, che passa pel punto d'appoggio B, la sfera starà in riposo; ma se il centro di gravità non sarà comune con quello di figura, perchè la sfera ha dei vani interni, e che il detto centro sia in A fuori della linea a piombo BD, in tal caso questo Corpo rotolerà da per se sopra il piano BC.

FIGURA XLI

3.°. Se sopra il piano orizzontale KG si collocheranno due paralellepipedi, o cilindri inclinati KPF, HQG, i cui centri di gravità sono P, Q, il solido KPF starà saldo, perchè la linea di direzione Pp passa per la base KF; ma il solido HQG cascherà, perchè la linea di direzione Qq cade fuori della base GH. Da questo si scorge, che, se il solido KPF rappresenterà una fabbrica ben collegata, onde si possa considerare come un Corpo solo, questa dovrà stare in piedi, non ostante che sia inclinata, come succede alle famose torri di Bologna, e di Pisa.

FIGURA XLII

4.° Se poi il piano KG inclinasse da K verso G; siccome l'ostacolo, che un tal piano oppone alla discesa dei gravi, più non è diretto, così i due solidi posati sul medesimo si moveranno da K verso G con questo divario, che, se nel Corpo KPF la linea Pp della direzione continuerà a passare per la base KF, il solido scorrerà su questa; ma se la direzione Pp passerà fuori della base, il Corpo KPF cascherà, come fa l'altro GQH. Questa è la ragione, per cui le palle rotolano sempre su i piani inclinati in vece, che i quadrucci dei pavimenti, o altri Corpi di somigliante figura scorrono solamente, ognivoltachè l'azione della gravità supera la resistenza dello sfregamento.

5.° Se sopra due righe connesse in D, e distanti nelle altre due estremità M, L, le quali formano un piano ascendente da D verso L, ed M, si metterà il solido EFHG formato con due coni uguali FEG, FHG fra loro uniti nelle basi FG, il solido rotolerà verso D, o verso le altre estremità ascendenti M, L a misura, che il suo centro di gravità discenderà, movendosi da quel- FIGURA XLIII

la tal parte ; ma rimarrà queſto Corpo in perfetta quiete, ſe il ſuo centro di gravità ſi troverà ſempre equidiſtante dal centro della Terra, in qualſivoglia ſito del piano DLM venga ſituato il Corpo.

6.° Finalmente dalla diviſata teoria del centro di gravità dipendono le diverſe maniere di camminare degli uomini, e degli animali per non cadere: imperciocchè queſti proccurano di diſporre il Corpo in modo, che la loro linea di direzione paſſi ſempre per la pianta del piede, che poſa ſulla terra; da tal diſpoſizione dipendono pure i giuochi, e le forze, che fanno i ballerini da teatro, e da corda. Il giuoco delle forbici, le quali appoggiate all' eſtremità d' una tavola ſoſtengono in aria un ſecchio pieno d'acqua, dipende pure da queſta teoria.

193. L' addotta dottrina ſerve parimente a trovare praticamente il centro di gravità d' un ſolido di qualſivoglia figura, purchè queſto ſolido ſi poſſa maneggiare a piacimento. A tal fine ſi ſoſpenda con un filo il Corpo propoſto, e qualora queſto ſarà nella ſua ſituazio-

ne naturale, ſi noti la direzione del filo prolungata all' ingiù. Si ſoſpenda poi il Corpo a un altro punto, e nel prolungamento del filo di queſta ſeconda ſperienza s' avrà un' altra linea retta, la quale s' interſecherà colla prima. Queſto punto d' interſecazione ſarà il centro di gravità ricercato.

Se in vece di ſoſpendere il Corpo, queſto s' appoggerà ſopra un fendente, collocandolo in poſitura tale, che s'equilibri, il piano verticale, che paſſerà per queſto fendente, conterrà il centro di gravità del Corpo propoſto; onde, ſe queſto Corpo ſi collocherà nell' accennata maniera in tre diverſe poſiture, di modo che i tre piani verticali, che paſſano pel fendente ſuddetto, abbiano un ſol punto di comune, queſto punto ſarà il ricercato centro di gravità (§. 184).

Se s' avrà un modello d' un pezzo d' Artiglieria, operando nella diviſata maniera, ſe ne troverà facilmente il centro di gravità in vece, che, quando è dato ſoltanto in diſegno, conviene fare un lungo computo per trovare queſto centro (§. 189).

194 Fin adesso abbiamo considerati i casi, ne' quali un Corpo stà in riposo, e quelli, in cui sdrucciola, o casca. Passiamo ora a esaminare la quantità della sua resistenza, allor quando dee stare in riposo.

S' immagini un paralellepipedo, o altro solido ABCD posato sopra un piano orizzontale AD, contro un cui lato AB agiscono delle forze da B verso C: per esempio suppongasi, che questo solido rappresenti il molo d' un Porto, d'una Darsena, un Riparo, o altro pezzo di muraglia dentro un fiume, contro del quale urtano le onde nella direzione BC, egli è chiaro, che, se queste forze giungeranno a movere il solido, tal movimento succederà o collo scorrere del Corpo sulla base AD, o coll' aggirarsi intorno al punto D.

FIGURA XLIV

195 La resistenza, che il Corpo oppone per non scorrere sopra la sua base, nasce dallo sfregamento delle parti costituenti la base del solido sopra il piano, su cui scorre il Corpo: imperciocchè, essendo molto irregolari le stesse parti, e formando diverse cavità, e prominenze, s' incastrano le une dentro le

altre; onde non può la superficie superiore scorrere sopra l' inferiore, se prima non s' eleva qualche poco sopra dell' altra.

La quantità di questa resistenza, generalmente parlando, dipende dal peso del Corpo, dalla grandezza della base, che scorre, e dalla asprezza delle due superficie, che si sfregano. Questa resistenza si determina colla sperienza, la quale, sebbene possa farsi in diverse maniere, noi ci contenteremo d' addurne quì una sola molto facile.

Si collochi uno dei Corpi proposti, come A, sopra dell' altro BCD in modo, che una superficie di questi formi il piano inclinato CD; dopo del che si vada aumentando l' angolo d' inclinazione del piano CD coll' elevarlo dalla parte di C, sino a tanto che il Corpo A cominci a scorrere lentamente. In questo stato di cose egli è chiaro, che lo sfregamento, il quale agisce paralellamente al piano DC, e che ha ritenuto il Corpo A sino all' inclinazione suddetta, sarà precisamente uguale alla parte della gravità, che comincia a far sdrucciolare il Corpo. Tirata per tanto FIGURA XLV

dal centro di gravità A la linea a piombo AF esprimente il peso totale del Corpo, se questa forza si risolverà nell'AG perpendicolare al piano CD, s' avrà l' altra forza FG, che esprime la parte della gravità, per cui il Corpo A comincia a scorrere vincendo lo sfregamento; e perciò se il peso del Corpo A si chiami P, sarà $AF : GF = P : \frac{P \times GF}{AF}$ quantità, che esprime in peso lo sfregamento del Corpo A nell'atto, che questo comincia a moversi sul piano CD.

196 Dalle sperienze ricavasi generalmente, che la quantità $\frac{P \times GF}{AF}$ non sarà mai minore della terza parte del peso del Corpo, che scorre. Ma passando ai casi particolari si dirà

1.° Che nei gran Corpi di superficie non molto scabrosa, se si farà $\frac{P \times GF}{AF} = \frac{P}{3}$ senza badare alla grandezza della superficie, che stroffina, ordinariamente parlando non si commetterà errore notabile.

2.° Che, quando il Corpo, che scorre sopra d' un altro, è piccolo, la quan-

quantità dello sfregamento è maggiore di $\frac{P}{3}$.

3.° Che nei Corpi grandi, nella cui base s' incontrano cavità, e prominenze notabili, le quali si possono adattare alle cavità del piano inferiore; onde il Corpo non può scorrere senza rompere le prominenze, in questo caso, dico, la saldezza, o resistenza del Corpo potrà crescere sino a diventare di gran lunga maggiore dell' intero peso dello stesso Corpo, secondochè sarà il rapporto tra questo peso, e la forza d'adesione dei Corpi, che si sfregano. Questa resistenza si potrà determinare colle notizie, che si daranno nel capo seguente.

197 La seconda maniera, con cui si potrà movere il solido ABCD, il quale, essendo posato sopra la sua base, è spinto, o tirato da C verso R da una Potenza applicata in R, sarà coll'aggirarsi intorno al punto D (§. 194). In questo movimento il centro di gravità G del solido dovrà descrivere l'arco GH, ascendendo da G verso H sino all' incontro della verticale DH. FIGURA XLVI

La ſaldezza, o reſiſtenza, che il ſolido oppone in queſto caſo, ſi fa coll' aiuto di leva. Per determinare una tal reſiſtenza baſta trovare il centro di gravità G del ſolido, e tirare la linea a piombo GK, e l' orizzontale DK, e chiamando il peſo del ſolido = P, ſarà P × KD il ſuo momento per riſpetto al punto D, ed eſprimerà queſto momento la reſiſtenza, che il ſolido oppone per non aggirarſi intorno al punto D.

La Potenza R, che tira da C verſo R, agiſce pure coll' aiuto di leva, la cui lunghezza è determinata dalla perpendicolare tirata dal punto D ſulla direzione CR (§. 140), e ſuppoſta eſſa perpendicolare = DF, ſarà R × DF il momento della Potenza; onde nello ſtato dell' equilibrio avremo P × KD = R × DF.

198 Dalla regola data nell'antecedente paragrafo ſi raccoglie

1.° Che, la figura ABCD rappreſentando lo ſpaccato d' un paralellepipedo, il cui lato AD ſia maggiore del CD, tal ſolido, ſe ſarà poſato ſul lato AD, ſarà più ſaldo di ciò ſia, quando è collocato ſul lato minore CD, e la

resiſtenza ſua nella prima poſitura ſtarà alla reſiſtenza nella ſeconda poſitura, come KD : KG, e quindi le Potenze R per farlo arruotare ſaranno nella medeſima proporzione.

2° Che, quando il centro di gravità G d' un ſolido poſato ſopra un punto D ſi trova nella verticale DH, il momento della reſiſtenza di tal ſolido diventa zero; onde una forza minima è baſtante a far cadere il ſolido, per quanto ſi voglia peſante.

3.° Che per rendere molto ſaldo un Corpo poſato ſulla ſua baſe, affinchè non s' aggiri intorno al punto D, conviene configurarlo in una piramide, che abbia il lato AD della baſe molto lungo, e l' altezza ſua ſia piccola, onde rieſca KD di quella maggior grandezza, che aver ſi può.

199 Se il ſolido in vece di trovar contraſto per di ſotto ha il ſuo appoggio per di ſopra, come s' oſſerva nel Corpo P, il quale, eſſendo ſoſpeſo per mezzo della corda, o verga DP, ſi può far girare intorno al punto fiſſo D, in ſimil caſo la reſiſtenza, ch' eſſo oppone per non eſſere ſviato dalla direzione a FIGURA XLVII

piombo P D, è proporzionale al ſeno GF dell' angolo di deviazione G D F, di cui GD è ſeno totale. Per la qual coſa, ſe P eſprima il peſo del Corpo, ſarà

$$GD : GF = P : \frac{P \times GF}{GD}$$ il peſo, che

eſprime la reſiſtenza del ſolido ſviato ſino al punto G da una Potenza, che tira da G verſo H in una direzione ſempre perpendicolare alla retta GD.

Dall' eſpreſſione di queſta reſiſtenza ſi ſcorge facilmente, che per iſviare lo ſteſſo Corpo dalla direzione a piombo P D per una determinata diſtanza G F s' eſige forza minore a miſura, che il punto di ſoſpenſione D è più diſtante dal Corpo P, cioè, che DG è maggiore; poichè nello ſtato dell'equilibrio una tal forza è nella ragion reciproca della lunghezza DG. Queſta è la ragione, per cui un gran Cannone ſoſpeſo alla Capra ſi può facilmente ſviare dalla direzione a piombo per la diſtanza d' un piede, ſe il pezzo è poco diſcoſto da terra, ma eſigeſi una gran forza per iſviarlo al medeſimo ſegno, ſe è vicino al punto di ſoſpenſione. Allor-

chè nelle fabbriche si debbono innalzare pesi considerabili, come sono pietre grosse, statue, colonne, travi, e simili, li quali innalzati fino a un certo segno voglionsi trasportare di fianco, si potrà ciò fare con molta facilità, se si proccurerà avere un punto fisso assai più alto del sito, in cui si vuole collocare il gran peso. I marinai sono attentissimi a mettere in pratica questa regola; imperciocchè prendono negli alberi della nave punti d'appoggio molto alti, col qual mezzo, dopo avere innalzato alcun poco i pesi, che debbono maneggiare, gli trasportano con gran facilità nei diversi siti della nave.

200 Nella pratica occorre spesso doversi proccurare il punto d'appoggio al di sopra del centro di gravità del Corpo. Per esempio la piccola statua A, che rappresenta un ballerino, si move con tutta franchezza sul punto d'appoggio D, allorchè i due contrappesi B, B sono talmente disposti, che il centro di gravità di questa macchinetta si trova al di sotto dello stesso punto D. Le scale, che nelle Chiese servono per addobbare il fregio, ch'è al di sotto del FIGURA XLVIII

cornicione, e per nettare, o dipingere gli sfondati delle cupole, i quali sono al di sotto del medesimo cornicione, sono assai più comode, ed economiche, allorchè il punto d' appoggio è nella parte superiore della scala.

CAPO QUINTO

Della resistenza de' solidi, che procede dalla loro adesione.

201 La proprietà d' adesione nei Corpi solidi è cagione, che molti di questi vengono adoperati a vantaggio, e comodo degli uomini; ma siccome il grado diverso di resistenza, che i solidi di differente qualità oppongono alla forza esterna, che tenta di vincerne l'adesione, è cagione, che si preferiscono gli uni agli altri, e che inoltre i Corpi si rompono talora nei siti, che dalla volgare credenza sono stimati più forti, perchè ivi sono più grossi; così è necessario, che in questo capo s' additino le regole per misurare questa forza nello stato dell' equilibrio, e per conosce-

re il ſito, in cui dee ſuccedere la rottura.

202 L'adeſione d'un ſolido ſi dice eſſere ſuperata da un'altra forza, allorchè queſta ſpezza, feſſura, ſchiaccia, o ſtrappa il ſolido. In queſto fenomeno ſi manifeſtano due nuove ſuperficie uguali nel ſito della rottura, e ciaſcheduna di queſte ſi chiama *Sezione dell' adeſione del ſolido*, o *Sezione di rottura*.

203 L'adeſione de' ſolidi ſi diſtingue *in Aſſoluta*, e *Relativa*.

Diceſi, che il ſolido reſiſte colla ſua adeſione aſſoluta, allorchè ſi tenta di ſtrapparlo, tirando in una direzione perpendicolare alla ſezione di rottura; e ſi dice relativa l'adeſione, ſe per iſtrappare il ſolido ſi fa forza in direzione, che non è perpendicolare alla ſezione di rottura. In queſta ſpecie d'adeſione la reſiſtenza del ſolido, e la Potenza agiſcono coll'aiuto di leva, in vece, che nell' adeſione aſſoluta la leva non ha mai luogo.

204 Allorchè tutti i punti fiſici, o le fibre di un ſolido, che ſono nella ſezione di rottura, ſtanno unite con uguale forza, l'adeſione ſi chiama *Uniforme*,

o *Omogenea* per diſtinguerla dalla *Difforme*, e *Varia*, che ſi dà nei Corpi eterogenei, e talora anche nei diverſi punti della ſteſſa ſezione di un ſolido apparentemente omogeneo.

Non potendoſi ſtabilire alcuna teoria dell' adeſione de' Corpi, fuorchè ſupponendola uniforme in ciaſcheduna parte coſtitutiva del ſolido, così di quella intenderemo unicamente ragionare in avvenire, incominciando dall'adeſione aſſoluta.

205 Per miſurare la reſiſtenza dell' adeſione aſſoluta, che a varie figure, e quantità di ſezione s' appartiene, è indiſpenſabile ricorrere alla ſperienza, cercando in eſſa, quale ſia il peſo minimo, che tirando perpendicolarmente alla ſezione di rottura ſtrappa il ſolido, o pure quale ſia il peſo maſſimo, che dal ſolido reggere ſi poſſa prima di ſpezzarſi, o cedere.

Suppoſto pertanto, che p ſia il peſo minimo, che nella ſperienza appena ha ſchiantato il ſolido, ed s la ſezione di rottura, che ſi è prodotta nella ſperienza, $\frac{p}{s}$ eſprimerà l'adeſione aſſoluta

di ciaſcun punto ſiſico, o di ciaſcheduna ſibra, che ſi trova nella ſezione di rottura del ſolido, con cui ſi fa lo ſperimento. Dall' eſſere adunque lo ſteſſo, o diverſo il valore di $\frac{p}{s}$ nei ſolidi di differente qualità, ſi dirà, che l'adeſione aſſoluta fra i medeſimi ſolidi è uguale, maggiore, o minore.

206 Dall' eſpreſſione $\frac{p}{s}$ ſi ricava inoltre

1° Che nei ſolidi, i quali hanno la medeſima adeſione, i peſi debbono eſſere proporzionali alle ſezioni di rottura, che producono. Se per ſtrappare uno ſpago v' abbiſognano libbre 60 di peſo, per iſtrappare una corda compoſta con 40 di queſti ſpaghi è neceſſario il peſo di libbre $40 \times 60 = 2400$.

2° Che nei ſolidi, i quali hanno la medeſima adeſione, ſe le ſezioni di rottura ſono figure ſimili, i peſi, che le producono, ſaranno in duplicata proporzione dei lati omologhi delle medeſime ſezioni. Se un piccolo cilindro di ferro ſarà ſchiantato dal peſo di libbre 150, un altro cilindro di ferro della

ſteſſa qualità, e che ha il diametro quintuplo dell' altro, ſarà ſchiantato da un peſo di libbre $25 \times 150 = 3750$.

207 Allorchè ſi fanno le ſperienze per miſurare l' adeſione, ſuccede ſovente, che queſte ſi debbano ripetere più volte nel medeſimo ſolido per cauſa delle irregolarità di vani, e d' altre conſimili coſe, che talora s' incontrano nella ſezione di rottùra. Nel fare queſte ſperienze è neceſſario ancora diſtinguere i Corpi arrendevoli da quegli altri, che non ſono tali: imperciocchè, quando ſi cerca l' adeſione dei Corpi non arrendevoli, le miſure nella figura del ſolido rimangono ſenſibilmente coſtanti, come ſono le pietre, la creta indurita al fuoco, il vetro, l' acciaio temperato, la ghiza, il bronzo, che contiene molto ſtagno, e il legno, allorchè è tirato ſecondo la lunghezza delle ſue fibre.

Ma nei Corpi, i quali ſono arrendevoli, come a dire l' oro, il rame ben depurato ec., ſuccede, che la loro figura ſi muta ſenſibilmente nel tempo della ſperienza, e la groſſezza del ſolido diventa minore nel ſito della rot-

tura, lo che è poi causa, che l' adesione assoluta di due solidi simili, e omogenei non si manifesta sempre in duplicata proporzione delle grossezze, se queste sono notabilmente diverse.

208 Dopo aver data la regola per misurare l' adesione assoluta, conviene ora esaminare, in qual sito del solido debba farsi la rottura.

Se p esprime il peso, che nell'adesione assoluta schianta un solido, e che s esprima la sezione di rottura, che si produce, $\frac{p}{s}$ servirà a determinare il sito, in cui dee schiantarsi il solido; chiaro essendo, che un tal sito sarà quello, in cui $\frac{p}{s}$ avrà il maggiore valore, poichè ivi la sezione sarà più aggravata di qualsivoglia altra; ma se $\frac{p}{s}$ sarà una quantità costante, la rottura succederà indistintamente in qualsivoglia punto della lunghezza del solido.

209 Discendendo poi al particolare conviene distinguere in due specie i solidi regolari. Nella prima specie si comprendono quelli, le cui sezioni perpen-

dicolari all' asse sono tutte fra loro uguali, simili, e similmente poste, come accade nei paralellepipedi, nei prismi, nei cilindri ec., e diremo della seconda specie gli altri solidi, le cui sezioni perpendicolari all' asse sono bensì simili, e similmente poste, ma fra loro disuguali, come avviene nelle piramidi di ogni specie, nei coni, nei conoidi ec.

In secondo luogo è necessario osservare, che tre casi possono occorrere per riguardo al peso *p*, che schianta il solido.

1.° Quando il peso del solido schiantato è picciolissimo in comparazione del peso *p*, che esigesi per vincere l' adesione: in questo caso il solido si considera, come se fosse senza peso.

2.° Quando l' adesione del solido è vinta dal solo peso di questo.

3.° Quando l' adesione del solido è vinta dal peso del solido medesimo coll' aggiunta di un altro peso straniero.

Ciò premesso sarà facile applicare la regola generale del §. 208.

210 Sia il solido AB della prima specie fisso verticalmente in un Corpo im-
FIGURA XLIX mobile DC, tutte le sezioni di rottu-

ra, che produrre in esso si possono, saranno perpendicolari all' asse; poichè tal sezione nei Corpi, di cui si ragiona, essendo la minore fra tutte quelle, che passano pel medesimo punto dell' asse, dà un massimo nell' espressione $\frac{p}{s}$.

Ciò posto, se si considera, che l' adesione assoluta del solido AB sia vinta dal solo peso straniero R attaccato in B, siccome il valore di s è in questo solido una quantità costante, così sarà anche $\frac{p}{s}$ quantità costante, e quindi la rottura potrà seguire indistintamente in qualsivoglia punto della lunghezza AB (§. 208).

Se poi si suppone, che il peso del solido AB è di qualche considerazione rispetto al peso R, allora la rottura dovrà seguire nella parte superiore FG; avvegnachè, o sia l' adesione vinta dal solo peso del solido, o da questo unitamente al peso R, succederà sempre, che la sezione FG sarà più aggravata di qualsivoglia altra compresa fra i punti A, B; poichè nel sito FG

avrà $\frac{p}{s}$ il massimo valore, che nel caso presente aver si possa.

211 Se il solido AB è della seconda specie (§. 209), e tale, che le sezioni perpendicolari all' asse siano maggiori a misura, che sono più vicine al punto B, se la rottura sarà prodotta dal solo peso R, questa seguirà in FG, poichè ivi sarà $\frac{p}{s}$ un massimo (§. 208), e a maggior ragione dovrà seguire in FG la rottura, se sarà prodotta dal solo peso del solido AB, oppure da questo peso unitamente all' altro R.

Ma se nel solido AB della seconda specie le sezioni perpendicolari all' asse decresceranno nell' avvicinarsi al punto B, in tal caso, se il peso di questo solido potrà considerarsi per zero rispetto all' altro R, allora la sezione di rottura seguirà la più vicina di B, che assegnare si possa: imperciocchè, essendo p quantità costante, ed essendo in tal sito un minimo il valore di s, sarà per conseguenza $\frac{p}{s}$ un massimo nel punto B.

212 Che se il solido, in cui le sezioni decrescono nell' avvicinarsi al punto B, si schianta per causa del solo proprio peso, siccome in questo caso il peso, che misura l'adesione, è proporzionale alla parte del solido schiantata, così, se la figura del solido sarà tale, che la parte schiantata KBL abbia sempre la stessa proporzione colla sezione di rottura KL, come avviene nel cono infinitamente lungo formato dalla rivoluzione della logaritmica intorno al suo asse, succederà, che il solido si strapperà indistintamente in qualsivoglia punto di sua lunghezza, poichè $\frac{p}{s}$ è una quantità costante.

Se poi il solido sarà d' una figura tale, che $\frac{p}{s}$ cresca a misura, che la rottura KL succede più vicino al punto B, dovrà tal rottura farsi nella parte più bassa B del solido, e si produrrà nella parte superiore FG, se $\frac{p}{s}$ sminuisce a misura, che si prende una sezione più vicina al punto B.

Finalmente, ſe il ſolido A B, in in cui le ſezioni decreſcono nell' avvicinarſi al punto B, ſi ſchianterà per cauſa del proprio peſo coll' aggiunta di un altro, ſarà facile colle rifleſſioni già accennate determinare il ſito della rottura nei ſolidi particolari.

213 Occorre talora nelle fabbriche Militari, e Civili fare uſo dell' adeſione aſſoluta dei Corpi in una maniera diverſa da quella, che finora abbiamo conſiderato: imperciocchè, ognivoltachè qualche ſolido iſolato ſi fa ſervire di piedeſtallo, di colonna, o di puntello, le materie, che ſopraſtano a tal ſolido, tendono a ſchiacciarlo: nel qual caſo, ſe l' altezza del medeſimo ſarà maggiore della ſua groſſezza, la ſezione di rottura riuſcirà anche maggiore di ciò ſi manifeſti, quando ſi ſchianta il ſolido traſverſalmente alla ſua lunghezza, e conſeguentemente maggiore ſarà anche la reſiſtenza, che il piedeſtallo, la colonna, e il puntello oppongono alla forza, che tende a ſchiacciarli, o feſſurarli d' alto in baſſo. Di queſto fatto ſe ne hanno facilmente dei riſcontri in gran numero. Per eſempio una colonna ritta

ſulla

ſulla ſua baſe è atta a reggere un peſo aſſai maggiore del proprio, ma ſe queſta ſteſſa colonna ſi ſoſpenderà in aria verticalmente attaccata ſoltanto nella ſua parte ſuperiore, ſi romperà talora pel ſolo proprio peſo. Per prevenire un ſimile accidente, allorchè s' innalzano le colonne per porle nel loro ſito, ſi faſciano con corde in tutta la loro lunghezza, teſſendo una ſpecie di rete, che abbraccia la colonna da cima in fondo.

214 Eſaminiamo un poco come reſiſtano i ſolidi colla loro adeſione aſſoluta, per non eſſere ſchiacciati da un peſo ſtraniero, che loro ſopraſta.

Sia il ſolido F G L M poſato colla ſua baſe L M ſopra un piano orizzontale, e ſia aggravato ſuperiormente da un peſo K, ſe le ſue particelle elementari *a*, *b*, *c*, *d* foſſero tutte di figura paralellepipeda adattate le une alle altre in modo, che non vi foſſe alcun poro fra eſſe, e foſſe anche orizzontale la baſe di ciaſcheduna particella, ſi fa chiaro, che in queſte circoſtanze il peſo K, per quanto ſi voglia enorme, non potrebbe cagionare diſgiunzione veruna fra le dette parti elementari, e nem- FIGURA I.

meno ſchiacciarle, quando ſiano di loro natura indiviſibili. Ma perchè tutti i Corpi, che finora ſono cogniti, abbondano di molti pori, e che le loro particelle o non ſono di figura paralellepipeda, o, ſe ſono tali, ſi toccano ſolamente fra loro per alcune eſtremità, come avviene alle parti elementari *n*,
FIGURA LI *p*, *q*, *r*, le quali nella loro unione formano il poro *t*, in queſto caſo il ſolido, o ſia l'aggregato delle dette particelle così diſpoſte ſi potrà diſcomporre, quantunque ciaſcheduna particella ſia in ſe ſteſſa indiviſibile, baſtando per ciò, che il peſo K vinca l'adeſione, che le parti *n*, *q* hanno colle laterali *p*, *r*, perchè il Corpo, che ſoſtiene il peſo ſuddetto, ſi ſchiacci, o ſi feſſuri.

215 Affinchè il ſolido iſolato, che ſoſtiene il peſo K, poſſa reſiſtere coll' adeſione aſſoluta, è neceſſario, che le ſue tre dimenſioni ſiano talmente combinate, che ſi manifeſti infleſſibile. In queſte circoſtanze la quantità d' adeſione ſi miſura pure col peſo, che produce la rottura diviſo per la ſezione prodotta, e hanno pure luogo le conſeguenze dedotte (§. 206).

Ma se il solido sarà flessibile, allora incurvandosi il medesimo nella sua altezza, l' adesione da assoluta diverrà relativa, la cui resistenza, come vedremo, si determina diversamente dall' assoluta.

216 Per comprendere come un solido, che resiste colla sua adesione assoluta, passi a resistere coll' adesione relativa, si consideri un solido A B G F incastrato ad angoli retti nella trave DC, che trovasi in una positura orizzontale, e suppongasi, che questa trave aggirandosi intorno al punto D passi nella positura verticale DE, in queste circostanze la direzione a piombo BR del peso R, che tende a schiantare il solido A B G F, più non sarà come prima perpendicolare alla sezione di rottura, la quale, come abbiamo veduto (§. 210), dee sempre essere rettangola coll' asse del solido, ma agirà il peso R coll'aiuto della leva F A, e il punto inferiore F servirà d' appoggio: quindi si scorge, come il solido A B F G, che prima resisteva coll' adesione assoluta, resista in questa seconda positura coll'adesione relativa (§. 203). FIGURA LII

217 Nell'adesione relativa è pure necessario esaminare due cose.

1.° Si dee cercare la proporzione tra questa specie di resistenza, e la Potenza, che tenta di vincerla.

2.° Si dee assegnare il sito della rottura nei solidi di diversa specie.

218 Per trovare la proporzione tra la Potenza, che schianta il solido, e la resistenza, si rifletta, che, se la rottura del solido succede in F G per causa del solo peso R, la lunghezza della leva, con cui agisce questo peso, sarà la perpendicolare F A tirata dal punto d'appoggio F sulla direzione B R, e quindi sarà R x F A il momento della Potenza R per rispetto al punto F, e se la rottura succede in K L, la lunghezza della leva sarà la perpendicolare K A tirata dal punto K sulla direzione B R, e sarà R x K A il momento della Potenza.

Se poi la rottura succede in F G per causa del solo peso = P del solido A B G F, converrà trovare il centro di gravità H di questo solido, e tirata la linea a piombo H I, s'avrà F I per la lunghezza della leva, e sarà P x F I il momento del peso P producente la rot-

tura F G; ma ſe la rottura ſuccederà in K L, ſi troverà il centro di gravità N del ſolido A B L K, e tirata la linea a piombo N O, queſta determinerà la lunghezza K O della leva, onde chiamando z il peſo del ſolido A B L K, ſarà $z \times KO$ il momento, che produce la rottura K L.

Finalmente, ſe il ſolido A B F G ſi romperà per cauſa del proprio peſo P inſieme coll' altro aggiunto R, la forza, che produrrà la rottura, ſarà eſpreſſa dalla ſomma dei momenti $R \times FA + P \times FI$, ſe la rottura ſuccederà in F G, e ſarà $R \times KA + z \times KO$ l' eſpreſſione della medeſima forza, ſe la rottura ſuccederà in K L.

219 Per determinare la reſiſtenza, che l' adeſione relativa nello ſtato dell' equilibrio oppone alla forza, che già comincia a vincerla, conviene ſapere, che in ciaſcheduna ſezione di rottura, che ſi produce in queſta ſpecie d' adeſione, ſi conſidera eſſervi un punto, che *Centro d' Adeſione* s' appella, in cui ſi conſiderano raunate tutte le adeſioni particolari delle particelle eſiſtenti nella ſuperficie di rottura.

Suppoſto pertanto, che la rottura ſucceda in F G, e che il punto M ſia il centro d' adeſione, e ſia F M la diſtanza di queſto centro al punto d' appoggio F, ſe per mezzo d'un' altra previa ſperienza ſaraſſi di già ritrovato il peſo Q (§. 205), che nell' adeſione aſſoluta del ſolido A B F G può produrre una ſezione di rottura uguale alla F G, ſarà Q x F M il momento della reſiſtenza nell' adeſione relativa; ſe nello ſtrapparſi il ſolido s' incontri nella ſezione di rottura qualche vano accidentale, o fatto artificioſamente, come nelle canne da ſchioppo, converrà nel valore della ſuperficie di rottura comprendervi ſolamente il ſito delle parti diſgiunte, e non quelle del vano.

220 Confrontando le eſpreſſioni pel momento della reſiſtenza (§. 219) con quelle della Potenza, che tende a rompere nell' adeſione relativa (§. 218), avremo nello ſtato dell'equilibrio Q x FM = R x F A, ſe la rottura F G ſuccede in virtù del ſolo peſo R.

Q x F M = P x F I, ſe la detta rottura ſuccede in virtù del ſolo peſo P del ſolido A B G F.

$Q \times FM = R \times FA + P \times FI$, ſe la rottura FG ſuccede per cauſa del peſo P del ſolido, e dell' altro peſo aggiunto R.

221 Dalla ſperienza ricavaſi, che nei Corpi infleſſibili il centro d' adeſione ſi confonde con quello di gravità della ſezione di rottura; ma che nei ſolidi fleſſibili il centro d' adeſione è più vicino al punto d' appoggio F, di ciò lo ſia il centro di gravità della ſezione, e che queſta diſtanza varia ſecondo, che i Corpi ſono diverſamente fleſſibili. Di quì avviene, che nei Corpi infleſſibili, conoſciuta la loro adeſione aſſoluta, poſſiamo ſempre trovare la relativa; ma nei Corpi fleſſibili per trovare l' adeſione relativa è neceſſario, che dalle previe ſperienze ſi conoſca non ſolo l' adeſione loro aſſoluta, ma ancora il centro d' adeſione, e quanto ſia pieghevole il ſolido in quella tal lunghezza.

Ove però ſi tratti di confrontare ſolamente l' adeſione relativa dei ſolidi fleſſibili, omogenei, e ſimili, le cui ſezioni ſiano anche ſimili, e ſimilmente poſte, ſi potrà ciò fare ſenz' alcuna previa ſperienza, prendendo perciò il cen-

tro di gravità delle ſezioni; poichè nelle diviſate circoſtanze il centro d'adeſione è proporzionalmente diſtante dal punto d'appoggio.

Da queſta categoria ſi debbono per altro eccettuare i Corpi molto pieghevoli, come ſono le corde, i fili d'oro, e di rame ben depurato ec.; poichè queſti Corpi o ſiano tirati ſecondo la loro lunghezza, come AB, o che, eſſendo impegnati orizzontalmente in ambe le loro eſtremità, come CD, ſiano rotti da un peſo applicato in E, la loro adeſione è ſempre aſſoluta, ed è ſempre eſpreſſa dal medeſimo peſo, lunghi, o corti, che ſiano i fili AB, CD.

FIGURA LIII

222 Poichè il momento della reſiſtenza nell'adeſione relativa è eſpreſſo dal prodotto della diſtanza, che vi è tra il centro d'adeſione, e il punto d'appoggio nel peſo, che ſi compete all'adeſione aſſoluta della ſezione di rottura, che ſi produce (§. 219), e queſto peſo nei ſolidi ugualmente aderenti è proporzionale alla ſezione di rottura, ne conſegue, che queſti momenti nelle diviſate circoſtanze ſono anche proporzionali al prodotto della ſuperficie di rot-

tura nella distanza, che vi è tra il centro d' adesione, e il punto d'appoggio.

Pertanto, se *fgdh* rappresenti una sezione di rottura paralellogramma rettangola, ed è *fg* il lato, su cui il solido s' appoggia, M il centro d'adesione, e M*t* la distanza tra questo centro, e l' appoggio, sarà $fg \times fh \times Mt$ una quantità proporzionale al momento dell' adesione relativa. Da questo si deduce nei solidi ugualmente aderenti. FIGURA LIV

1.° Che, se la base *fg* della sezione varierà, i momenti dell'adesione relativa saranno, come le basi.

2.° Se l'altezza *fh* muterà, variando in questo caso M*t*, e questa mutazione succedendo nella medesima proporzione di *fh*, i momenti dell' adesione relativa saranno nella proporzione duplicata di *fh*, o di M*t*.

3.° Se poi varieranno le due dimensioni *fg*, *fh* della sezione, i momenti dell' adesione saranno nella proporzione composta di quella delle basi, e della duplicata delle altezze, e conseguentemente, se le sezioni saranno figure simili, i detti momenti saranno nella proporzione triplicata dei lati omologhi delle sezioni.

223 Per applicare alla pratica le cose dette intorno l'adesione relativa suppongasi, che si abbiano due solidi di pietra, di legno ec. di figura simile, come a dire due travi omogenee, le cui sezioni perpendicolari all'asse siano espresse, per esempio, dai due rettangoli M, N, s'osserva.

FIGURA LIV, LV 1.° Che se le altezze fh, KI sono uguali, la resistenza di M a quella di N sarà, come la base fg alla KL, su cui s'appoggiano i solidi.

2.° Se nelle dette sezioni saranno uguali le basi, e disuguali le altezze, la resistenza di M a quella di N sarà come $\overline{fh}^2 : \overline{KI}^2$; e saranno le resistenze come $\overline{fh}^3 . \overline{KI}^3$, se le sezioni saranno figure simili solamente.

FIGURA LVI, e LVII 3.° Che se le sezioni saranno simili, e uguali, come sono le due triangolari P, p, e le due semicircolari Q, q, sarà più resistente la trave triangolare situata sull'angolo A dell'altra posata sul lato BC, e la trave semicircolare posata sulla circonferenza E sarà più resistente di ciò sia l'altra appoggiata sul

diametro R S; poichè additando P, p, Q, q i centri d' adeſione, ſi ha p A $>$ P D, q E $>$ Q O.

Dal che ſi ſcorge, che, quando la ſezione di una trave, d' una menſola ec. non ſia quadrata, dal collocare la ſteſſa trave, o menſola ſulla baſe più piccola ſi fa maggiore la ſua reſiſtenza; ma queſte coſe ſono trattate più particolarmente nel libro quinto della noſtra Architettura Militare, baſtando per adeſſo l' aver dato un piccol tocco dell'uſo utile di queſta teoria.

224 Eſaminiamo ora, quale ſia il ſito, in cui dee ſuccedere la rottura nell' adeſione relativa dei ſolidi, che ſupporremo incaſtrati orizzontalmente dentro un muro verticale. In queſte circoſtanze, ſe p eſprime il momento della Potenza, che tende a rompere, e che s eſprima il momento della reſiſtenza, la rottura dovrà ſeguire in quel ſito del ſolido, in cui $\frac{p}{s}$ ſarà un maſſimo; e quando $\frac{p}{s}$ ſarà una quantità coſtante, la rottura ſuccederà indiſtintamente in qualſivoglia punto della lunghezza del ſolido.

225 Per applicare la regola generale dell' antecedente paragrafo, ſia il ſolido
FIGURA LVIII ABFG della prima ſpecie incaſtrato nel muro DE; ſiccome il momento della forza, che rompe, creſce a miſura, che la rottura ſuccede più vicino al punto F, ſia, che il ſolido ſi rompa in virtù del ſolo peſo ſtraniero R, o del proprio peſo p, o d' ambi due inſieme, e il momento della reſiſtenza è lo ſteſſo in qualſivoglia punto della lunghezza AF ſucceda la rottura, così $\frac{p}{s}$ ſarà un maſſimo nel ſito G, e quindi la rottura d' un tal ſolido ſuccederà radente l' incaſtro FG.

Una ſomigliante rifleſſione ſerve a dimoſtrare, che i ſolidi della ſeconda ſpecie, le cui ſezioni creſcono a miſura, che s' allontanano dall' incaſtro FG, debbono anche ſchiantarſi in queſto ſito.

226 Ma trattandoſi di quei ſolidi della ſeconda ſpecie, in cui le ſezioni perpendicolari all' aſſe decreſcono coll' allontanarſi dall' incaſtro, tre caſi poſſono occorrere, allorchè queſti ſi rompono in virtù del ſolo peſo ſtraniero R applicato all' eſtremità B del ſolido.

1.° Quando i cubi de' lati omologhi delle ſezioni F G, K L ſono nella medeſima proporzione degli aſſi corriſpondenti A B, M B. FIGURA LIX

2.° Quando i cubi dei lati omologhi delle ſezioni F G, K L ſono in maggiore proporzione di quella dei corriſpondenti aſſi A B, M B.

3.° Quando i detti cubi ſono fra loro in minor proporzione di quella degli aſſi corriſpondenti.

227 Sono nel primo caſo il conoide F K B L G formato dalla rivoluzione della parabola B L G intorno all' aſſe A B, la cui equazione ſia $\overline{AG}^3 = AB$, e ſono nello ſteſſo caſo tutte le piramidi di qualſivoglia baſe, i cui lati ſono proporzionali alle ordinate A G. In queſti ſolidi la rottura può ſuccedere indiſtintamente in qualſivoglia punto della lunghezza A B; imperciocchè, eſſendo le reſiſtenze delle ſezioni ſimili F G : K L come $\overline{AG}^3 : \overline{ML}^3$ (§. 221), ed eſſendo pure in queſta medeſima proporzione le lunghezze A B, M B della leva, alla cui eſtremità ſta attaccato il peſo R, con-

ſegue, che i momenti delle forze, che rompono, ſaranno pure nella medeſima proporzione; onde ſarà

$$\frac{AB \times R}{\overline{AG}^3} = \frac{MB \times R}{\overline{ML}^3}$$, cioè ſarà $\frac{p}{s}$ una quantità coſtante (§. 224).

228 Sono nel ſecondo caſo (§. 226 n. 2) tutte le piramidi, i coni, e i conoidi, che, avendo la medeſima baſe FG, e la ſteſſa altezza AB, hanno però le ordinate intermedie MO minori delle corriſpondenti ML dei ſolidi mentovati (§. 227). Queſti ſolidi ſi romperanno più vicino al punto B, che ſia poſſibile; imperciocchè, eſſendo in queſto caſo la proporzione $\overline{AG}^3 : \overline{MO}^3$ maggiore di $\overline{AG}^3 : \overline{ML}^3 = AB \times R : MB \times R$, ſarà $\frac{AB \times R}{\overline{AG}^3} < \frac{MB \times R}{\overline{MO}^3}$; vale a dire, che $\frac{p}{s}$ creſcerà a miſura, che la rottura ſarà più vicina al punto B. Pertanto ec. (§. 224).

Finalmente ſono nel terzo caſo (§.226 *n.* 3) tutte quelle piramidi, e conoidi, che, avendo comune la baſe FG, e l' altezza AB colla parabola cubica dell' equazione $\overline{AG}^3 = AB$, hanno maggiori le ordinate intermedie tra A, e B. In queſti ſolidi, ſiccome $\frac{p}{s}$ creſce coll' avvicinarſi al punto F, così il maſſimo ſarà nel ſito F; onde la rottura ſuccederà radente l' incaſtro FG.

Tutti i ſolidi dipendenti dalle parabole $\overline{AG}^m = AB$, in cui m è un numero maggiore di tre unità, appartengono a queſto caſo, come facilmente ſi può provare.

229 Se poi i ſolidi della ſeconda ſpecie, in cui le ſezioni perpendicolari all' aſſe decreſcono nello ſcoſtarſi dall' incaſtro, ſaranno ſchiantati unicamente per cauſa del proprio peſo, converrà pure diſtinguere tre caſi per determinare il ſito della rottura in queſte circoſtanze.

1.° Quando i cubi dei lati omologhi delle ſezioni FG, KL hanno ugua-

le proporzione colle quarte poteſtà dei
FIGURA LX corriſpondenti aſſi A B , M B.

2.° Quando i cubi dei lati omologhi delle ſezioni F G , K L ſono in proporzione minore delle quarte poteſtà dei corriſpondenti aſſi A B , M B.

3.° Quando i cubi dei lati omologhi delle dette ſezioni hanno una proporzione maggiore di quella delle quarte poteſtà degli aſſi corriſpondenti.

230 Sono nel primo caſo il conoide, e tutte le piramidi di qualſivoglia baſe, le quali derivano dalla parabola Appoloniana B L G , il cui vertice eſſendo in B ſi rivolge la parabola intorno alla tangente B A , ed è la ſua equazione $AG = \overline{AB}^2$: ſomiglianti ſolidi ſi rompono indiſtintamente in qualſivoglia punto della lunghezza A B ; imperciocchè nei ſolidi ſimili G L B K F , L B K eſſendo i centri di gravità diſtanti dal punto B nella medeſima proporzione degli aſſi A B , M B , ed eſſendo i peſi di queſti ſolidi nella proporzione compoſta della duplicata dai raggi A G , M L , e dei corriſpondenti aſſi A B , M B , ne conſegue , che il momento del gran ſo-
lido

lido ſta a quello dell' altro, come $\overline{AG}^2 \times \overline{AB}^2 : \overline{ML}^2 \times \overline{MB}^2$, ma per la natura della curva abbiamo $\overline{AB}^2 : \overline{MB}^2 = AG : ML$; perciò, ſe in vece dei due primi termini ſi ſcriveranno i ſecondi, s' avrà, che il momento del gran ſolido ſta a quello del piccolo, come $\overline{AG}^3 : \overline{ML}^3$; e perchè le reſiſtenze delle ſezioni ſimili FG, KL ſono anche in queſta proporzione (§. 221), conſegue, che ſarà $\frac{\overline{AG}^2 \times \overline{AB}^2}{\overline{AG}^3} = \frac{\overline{ML}^2 \times \overline{MB}^2}{\overline{ML}^3}$, o ſia $\frac{\overline{AB}^2}{AG} = \frac{\overline{MB}^2}{ML}$, cioè ſarà $\frac{p}{s}$ una quantità coſtante, e quindi la rottura ſuccederà indiſtintamente in qualſivoglia punto della lunghezza AB.

231 Sono nel ſecondo caſo (§. 229) tutti i ſolidi, che, avendo la baſe FG, e l' altezza AB comune al ſolido FKBLG, hanno poi le ordinate MO maggiori delle corriſpondenti ML. In queſti tai

solidi la rottura dee seguire nella sezione maggiore F G; poichè ivi $\frac{p}{s}$ è un massimo. Per dimostrarlo si rifletta, che, essendo le resistenze delle due sezioni simili F G, S O come $\overline{AG}^3 : \overline{MO}^3$, e i momenti delle forze, che a tali resistenze corrispondono, essendo come $\overline{AG}^2 \times \overline{AB}^2 : \overline{MO}^2 \times \overline{MB}^2$, quindi sarà $\frac{\overline{AG}^2 \times \overline{AB}^2}{\overline{AG}^3} = \frac{\overline{AB}^2}{AG}$, $\frac{\overline{MO}^2 \times \overline{MB}^2}{\overline{MO}^3} = \frac{\overline{MB}^2}{MO}$; ma la proporzione di A G : M O è minore di A G : M L, poichè per ipotesi M O > M L, ed essendo dall' antecedente paragrafo $\frac{\overline{AB}^2}{AG} = \frac{\overline{MB}^2}{ML}$, così sarà $\frac{\overline{AB}^2}{AG} > \frac{\overline{MB}^2}{MO}$, cioè $\frac{p}{s}$ crescerà a misura, che la sezione sarà più vicina del punto F. Pertanto ec.

232 Per ultimo sono nel terzo caso quei solidi, che, avendo la base F G,

e l' altezza AB comune col ſolido parabolico FKBLG, hanno le ordinate intermedie minori. Queſti ſolidi ſi rompono più vicino al punto B, che ſia poſſibile, come facilmente ſi dimoſtra con un ragionamento ſimile all' antecedente.

233 La parte d' un Cannone incavalcato compreſa dai perni ſino alla bocca è ritenuta in aria dall' adeſione del metallo; e ſiccome la figura di queſto ſolido ci è nota, così ſarà facile determinare il ſito, ove la reſiſtenza è minore; dovendoſi però notare, che queſta nei Cannoni di Batteria coſtrutti colle proporzioni ordinarie ſupera di gran lunga il momento del peſo, che tende a produrre la rottura.

Si tralaſcia di eſaminare in qual ſito debba romperſi un ſolido nell' adeſione relativa, allorchè la rottura ſuccede per cauſa del peſo del ſolido coll' aggiunta d' un altro peſo ſtraniero, poichè colla ſcorta delle coſe ſpiegate ſi potranno riſolvere tali problemi, e baſterà quì far oſſervare di paſſaggio, che le menſole, che ſi adoperano nell' Architettura Civile, ſono per l' ordinario

in questo caso, e che le figure convenienti alle medesime, per renderle ugualmente resistenti in ciascun sito della lunghezza, sono molto diverse da quelle, che sono state immaginate da coloro, che hanno badato unicamente a rendere vago questo membro d'Architettura.

Siccome nell' Idrostatica, ne' due libri dell' Artiglieria Teorica, e nel libro quinto dell' Architettura Militare si applica sovente alla pratica la teoria dell'adesione dei Corpi, così si porrà fine per adesso a questa così indispensabile materia.



FINE DELLA STATICA.



DELLA DINAMICA

234 LA ſemplice oſſervazione baſta per aſſicurarci, che nella Natura eſiſte il movimento. Se noi vediamo, ſe udiamo, ſe parliamo, e ſe operiamo, tutto ſi fa per mezzo del movimento. La ſucceſſione dei giorni, e delle ſtagioni, la produzione de' Corpi compoſti, e il loro ſcioglimento, la vegetazione, la putrefazione, e qualſivoglia altra mutazione Fiſica ſuccede ſempre per mezzo del movimento.

La Dinamica avendo per oggetto le regole fondamentali del movimento, e l' applicazione di queſte regole al moto de' Corpi ſolidi (§. 216), ne conſegue, che l' Aſtronomia, la Baliſtica, e la Colliſione de' Corpi ſiano altrettante parti principaliſſime della Dinamica. Noi per altro tralaſceremo di addurre quelle regole, che ſervono unicamente per l' Aſtronomia.

CAPO PRIMO

Definizioni, e Principj generali di Dinamica.

235 *Un Corpo è in Movimento*, allorchè paſſa da un luogo in un altro, *ma egli è in Quiete*, finchè ſta nel medeſimo luogo.

Occorre talora, che noi c'inganniamo nel giudicare, ſe un Corpo ſia in movimento, o in quiete. Sembra a una perſona inſolita a viaggiare in barca, che il lido ſi mova, e che la barca ſtia ferma, quando per altro la coſa ſuccede tutto all' oppoſito: di quì è nata la diſtinzione del movimento, e della quiete in *Reale*, e *Apparente*, rapportandoſi al reale la verità del fatto, e il giudizio erroneo all' apparente.

236 Il movimento ſi diſtingue ancora in *Aſſoluto*, e *Relativo*. Chiamaſi aſſoluto il movimento reale di un Corpo, e diceſi relativo il confronto, che ſi fa del movimento reale di due, o più Corpi. Per eſempio ſi dirà, che Tizio ſi move con moto aſſoluto, allorchè egli va

da Torino a Milano; ma si dirà relativo il suo movimento, se si bada, che egli cammina più presto, o più adagio di Sempronio.

Dalla data definizione consegue, che, se due persone camminano con uguale prestezza, più non vi sarà fra esse moto relativo. In simil caso si dice, che le medesime sono in quiete relativa. Noi vediamo tutti i giorni succedere tal cosa a coloro, che viaggiano sedendo in una nave, o dentro un cocchio; poichè, sebbene siano in movimento assoluto, perchè passano di continuo da uno in un altro luogo di quest' Universo, sono però in quiete relativa fra essi; poichè ciascheduno stà nel suo posto dentro la nave, o nel cocchio. I raggi d' una ruota, che gira, sono in moto assoluto, e in quiete relativa fra di loro.

237 Per maggior semplicità si suole considerare, che il luogo occupato da un Corpo sia un punto. Da tal considerazione si deduce, che, movendosi un Corpo, questo descrive nel suo cammino una linea geometrica, i cui estremi sono il luogo della partenza, e quello dell'arrivo.

238 La linea descritta dal Corpo in movimento chiamasi *Spazio scorso*, e la lunghezza della linea determina la quantità dello spazio scorso.

Se lo spazio scorso dal Corpo è una linea retta, il movimento si chiama *Rettilineo*; e chiamasi *Curvilineo* il movimento, se lo spazio scorso dal Corpo è una linea curva.

239 *La Direzione d' un Corpo in movimento* è la linea retta, lungo la quale si concepisce, che il Corpo si move. Quindi è, che nel movimento rettilineo la direzione del mobile è sempre la medesima; ma nel movimento curvilineo la direzione si muta continuamente, e si determina in ciascun punto della curva per mezzo della tangente corrispondente a tal punto. Per la qual cosa, se sarà cognita la legge della continua mutazione nelle differenti direzioni d'un Corpo in movimento, si potrà per via del metodo inverso delle tangenti trovare la curva descritta dal Corpo.

240 Due, o più Corpi in movimento *hanno la medesima direzione*, se scorrono nella stessa linea retta, o in linee paralelle; ma *la direzione de' Corpi sarà*

diversa, se le linee scorse saranno fra loro obblique.

241 Nel mentre che un Corpo si muove, il Tempo passa. Allorchè noi badiamo alle mutazioni successive, e continuate, che si manifestano nel Mondo Fisico, come sono il giorno, e la notte, lo spuntare, e tramontare del Sole, e dei Pianeti, il corso di questi, e delle stagioni ec., veniamo a formarci un' idea del Tempo, come d' una cosa, che ha un moto continuato, uguale, e inalterabile. Tale è il Tempo Matematico, di cui si fa uso in tutte le Meccaniche, solendosi le durazioni, o quantità diverse di Tempo esprimere anche colle linee, coi numeri, e coi caratteri algebraici.

242 Le diverse durazioni del Tempo si distinguono, come ben è noto, in ore, giorni, mesi, anni ec.

Il giorno naturale è determinato dall' intera rivoluzione della Terra intorno al suo asse. Comunemente si suole considerare, che questa rivoluzione succeda sempre in 24 ore precise; ma accuratissime osservazioni dimostrano, che secondo i siti dell' Orbita, in cui si trova

la Terra, questa nel fare l'intera sua rivoluzione intorno al suo asse impiega un tempo ora maggiore, e ora minore di ore 24; onde i giorni naturali non sono fra loro uguali.

Per misurare con precisione tali disuguaglianze sono state inventate certe macchine denominate *Orologj d'Equazione*, per mezzo de' quali, facendosi cognite le differenze, che succedono nell' anno fra i giorni naturali più corti, e i più lunghi, si prende poi la medietà di tali differenze, e con questa si formano dei giorni artificiali, ciascuno di ore 24.

Il Tempo misurato da tali oriuoli si chiama *Tempo medio*, ed è quello, di cui parleremo sempre in avvenire.

Ciaschedun' ora del Tempo medio si suddivide in 60 minuti primi, ciaschedun minuto primo in 60 secondi, ciaschedun minuto secondo in 60 terzi, e così di seguito, finchè si giunge a minuti così corti, che riescono sensibilmente indivisibili. Questi minuti così corti si sogliono chiamare *Istanti di Tempo*.

243 Fra gli oriuoli d' Equazione i più ſemplici ſono i *Pendoli* formati con un Corpo sferico A ritenuto in aria da un filo AB fiſſo nella ſua eſtremità B. Queſta sfera dee eſſere di materia molto peſante, come a dire il piombo, il rame, l' ottone ec. ben condenſata col martello, per togliere i vani interni, che talora ſi producono nel fondere queſti metalli. FIGURA 1

Il diametro della sfera ſarà di punti 4 in 7: un diametro minore rende il pendolo troppo ſoggetto alle impreſſioni dell' aria, e ſe il diametro è maggiore, è neceſſario un filo troppo groſſo per ſoſtenerlo, il che rende il pendolo troppo compoſto. Il miglior filo, che ſi poſſa adoperare, è quello dell' aloe della groſſezza d'un capello; poichè queſta materia non è ſoggetta alle alterazioni, che ſuol produrre in altri Corpi l' umidità, che trovaſi nell' atmosfera. In mancanza dell' aloe s'adopera un filo di ſeta della mentovata groſſezza, il quale dee eſſere unto con cera, per renderlo meno ſenſibile alle mutazioni della detta atmosfera.

Dopo avere lasciato il pendolo sospeso per alcune ore, affinchè il filo si distenda ben bene, la lunghezza A B presa dal centro della sfera sino al punto di sospensione si farà di piedi 1. 11. 3, o sia punti 279. In tale stato di cose, se si farà ciondolare la sfera, questa descriverà diversi archi C C, ciascun de' quali sarà descritto nel tempo di un minuto secondo, grandi, o piccoli, che siano gli archi descritti, purchè i maggiori non oltrepassino i dieci gradi. Questi Orologj servono in tutti i paesi situati alla latitudine di gradi 45 in circa, come sono il Piemonte, e la Lombardia, e sono comodissimi per fare le Sperienze Fisiche-Meccaniche; ma per servirsene in elevazioni di Polo notabilmente da questa diverse, convien mutare la divisata lunghezza nel pendolo, accrescendola a misura, che si va verso il Polo, e all' opposito sminuendola, quando si va verso l' Equatore.

244 Ciascun arco CC descritto dalla sfera si chiama *Vibrazione*, o *Oscilazione del Pendolo*, e si dice, che due *Pendoli sono isocroni*, allorchè fanno le loro vibrazioni nel medesimo tempo.

245 Confrontando le lunghezze disuguali di due pendoli, e il numero delle vibrazioni descritte da ciascheduno in un determinato tempo si trova, che le lunghezze sono nella ragion reciproca duplicata del numero delle vibrazioni fatte da ciascheduno. Sia $= l$ la lunghezza di un pendolo, n il numero delle sue vibrazioni, L la lunghezza d' un altro pendolo, N il numero delle vibrazioni descritte nel tempo, che l' altro ha fatte le sue, sarà $l : L = N^2 : n^2$; e però $ln^2 = LN^2$.

La proposizione, che quì s' adduce cavata dalla sperienza, si può anche dimostrare coi soli principj di Meccanica; ma noi tralasceremo d' inoltrarci in tal teoria, e ci basterà notare, che coll'accennata equazione, e colle cose spiegate nell' antecedente paragrafo è facile determinare il tempo misurato da un pendolo di qualsivoglia lunghezza. Per esempio, se l esprima la lunghezza del pendolo, che in Piemonte batte i minuti secondi, cioè punti 279, e si vuole conoscere il tempo misurato in ciasceduna vibrazione da un pendolo lungo punti

1116 = L, sarà $n = 1$, e scrivendo questi numeri nella formola s' avrà $279 \times 1 = 1116 N^2$, onde sarà $N^2 = \frac{279}{1116} = \frac{1}{4}$, ed estratta la radice quadrata sarà $N = \frac{1}{2}$, vale a dire, che il pendolo della lunghezza di punti 1116 fa una mezza vibrazione in un minuto secondo, e conseguentemente impiega due minuti secondi nel descrivere ciascheduna vibrazione intera.

246 Allorchè si considera il movimento dei Corpi, si vede, che questi descrivono spazj ora maggiori, e ora minori. Se il Corpo, che si move, scorre spazj uguali in tempi uguali, o sia, che la proporzione $\frac{s}{t}$ degli spazj $= s$ ai tempi corrispondenti $= t$ sia una quantità costante, il movimento si chiama *Uniforme*, o *Equabile*; ma se sono disuguali gli spazj scorsi in tempi uguali, o sia, che la proporzione $\frac{s}{t}$ degli spazj ai tempi corrispondenti varj di continuo, il movimento si chiama *Difforme*, o *Inequabile*, e in specie si chiama *Movi-*

mento Accelerato, ſe la proporzione variabile $\frac{s}{t}$ va creſcendo, e *Movimento Ritardato*, ſe la detta proporzione decreſce.

Si dee notare, che, non dipendendo queſta diſtinzione punto dalla direzione del mobile, può convenire indiſtintamente ai movimenti rettilinei, e ai curvilinei, e conſeguentemente dirſi un moto equabile rettilineo, un moto curvilineo non equabile accelerato ec.

247 Noi giudichiamo, che un Corpo ſi move più preſto d'un altro, allorchè, confrontando lo ſpazio ſcorſo uniformemente da ciaſcun Corpo in un medeſimo tempo, ſi trova, che uno di queſti ſpazj è maggiore dell'altro: ma parlando più generalmente ancora ſi dirà, che lo ſpazio ſcorſo uniformemente diviſo per lo tempo impiegato ſerve a fare tal confronto. Queſto quoziente $\frac{s}{t}$ ſi chiama *Velocità*; onde ſi dice, che la velocità $= u$ d'un Corpo è maggiore, ſe $\frac{s}{t}$ ſia anche maggiore, e all'oppoſito.

248 I Meccanici distinguono la velocità d'un Corpo *in Attuale*, e *Virtuale*. Chiamano *Velocità attuale* d' un Corpo lo spazio, che il medesimo scorre con moto equabile nell' unità del tempo; e chiamano *Velocità virtuale* lo spazio, che il Corpo è in istato di scorrere uniformemente nel tempo suddetto; e sebbene sia arbitrario lo scegliere qualsivoglia durazione di tempo per unità, essi però in pratica sogliono fare uso del minuto secondo per l' unità del tempo, il che faremo sempre anche noi, fuorchè s' avvisi altrimenti. Per la qual cosa, se si dirà, che un Corpo ha una velocità attuale di piedi 35, s' intenderà, che il Corpo si move attualmente con prestezza tale, che scorre con moto equabile 35 piedi in un minuto secondo; e se si dirà, che il Corpo ha una velocità virtuale di piedi 50, s' intenderà, che il medesimo è in istato di scorrere con moto equabile piedi 50 in un minuto secondo.

249 Avviene per l' ordinario, che i principianti hanno della velocità virtuale un' idea confusa, allorchè la considerano in qualche movimento difforme.

Per

Per acquiſtarne adunque un' idea chiara, e diſtinta s' immagini un piano AC inclinato all' orizzonte; ſe nella ſommità C di queſto piano ſi porrà una sfera, queſta, toſto che ſarà libera, rotolerà verſo A, movendoſi continuamente con moto accelerato: imperciocchè chiamando t il tempo impiegato dalla sfera nello ſcorrere lo ſpazio CD, T il tempo impiegato dalla medeſima nello ſcorrere lo ſpazio CA, ſi ricava dalla ſperienza $\frac{CD}{t} < \frac{CA}{T}$ (§. 246). FIGURA II

Suppongaſi ora, che, giunta la sfera in A, incontri il piano orizzontale AB, e che ſcorra ſopra di queſto, ceſſerà in detto punto A di moverſi la sfera con moto accelerato, ma da tal punto in poi s' avanzerà da A verſo B con moto equabile, e colla velocità virtuale, che aveva acquiſtata nel punto A, dopo aver ſcorſo con moto accelerato lo ſpazio CA, e la quantità di tal velocità virtuale ſarà determinata dallo ſpazio AB ſcorſo con moto equabile in un minuto ſecondo (§. 248). Se la sfera incontrerà in D il piano orizzontale DF, e ſcorrerà ſopra di queſto da D verſo

F, in detto punto D cesserà la sfera di moversi con moto accelerato, ma s' avanzerà da D in F con moto equabile, e colla velocità virtuale, che aveva acquistata nel punto D, dopo avere scorso con moto accelerato lo spazio CD, e la quantità di tal velocità virtuale sarà determinata dallo spazio DF scorso con moto equabile in un minuto secondo.

Se si confronteranno poi le velocità virtuali DF, AB ricavate dalla sperienza, si troverà, che la velocità DF, la quale corrisponde all' espressione $\frac{CD}{t}$, è minore della velocità AB corrispondente all' espressione $\frac{CA}{T}$ (§. 247).

Si scorge adunque, che, se la linea CDA retta, o curva che ella sia, rappresenterà lo spazio scorso da un Corpo con un movimento difforme, si scorge, dico, che questo Corpo in ciascun punto D avrà acquistata una disposizione, o dirò così, una possibilità di scorrere un certo spazio con moto equabile in un minuto secondo. Questa tal disposizione, o possibilità è ciò, che deesi intendere per velocità virtuale, la qua-

le nei moti difformi varia in ciaſcheduno iſtante, in vece che nel medeſimo moto equabile è ſempre la ſteſſa (§. 246).

250 Poichè nel moto difforme il valore della velocità muta di continuo (§. 246, 249), e che s' oſſerva ſuccedere nella Natura una tal mutazione ſecondo varie leggi, così ſi ſcorge, che ſi dà realmente un numero grandiſſimo di movimenti difformi tutti fra loro diverſi.

In queſta gran varietà di moti difformi due ſe ne danno, in uno de' quali ſono uguali gli aumenti di velocità in tempi uguali, e nell' altro ſono uguali le diminuzioni di velocità corriſpondenti ai detti tempi uguali; dimodochè nel primo caſo a un tempo doppio, triplo, quadruplo ec. corriſponde una velocità doppia, tripla, e quadrupla, e nel ſecondo caſo a un tempo doppio, triplo, quadruplo ec. corriſponde la velocità $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ ec.

Il primo di queſti movimenti ſi chiama *Uniformemente accelerato*, e il ſecondo ſi chiama *Uniformemente ritardato*.

251 Essendo proprietà del Corpo il perseverare sempre nello stato di quiete, o di movimento rettilineo, ed equabile, se avvenga, che il medesimo passi dalla quiete al movimento, se muti direzione, o velocità, sarà segno, che qualche causa estranea al Corpo produce tali mutazioni. La divisata proprietà, e la resistenza, che s' incontra, allorchè si tenta di mutare lo stato di un Corpo, è ciò, che abbiamo denominata *Forza d' Inerzia* (§. 51)

252 Le cause straniere al Corpo, le quali sono capaci di produrre, alterare, o distruggere il movimento, si chiamano *Potenze*, o *Forze*, dicendosi *Moventi* esse forze, quando producono il movimento, o che tendono a produrlo, e si chiamano *Forze Resistenti*, *Forze Ritardatrici*, o semplicemente *Resistenze*, quando sminuiscono, o distruggono affatto il movimento.

253 Le Forze moventi sono di due specie. Quelle della prima specie si denominano *Impulso*, *Urto*, *Collisione*. Esse agiscono contro i Corpi duri in uno istante di tempo, e producono il movimento uniforme. Di queste forze se ne

ha un riſcontro nell' uſo, che ſi fa del Martello, del Montone, dell'Ariete ec.

254 Le Forze moventi della ſeconda ſpecie (§. 253) ſi chiamano *Preſſioni*, *Sollecitazioni*, *Forze Acceleratrici*. Eſſe debbono agire contro il Corpo per un certo numero ſucceſſivo d' iſtanti, affinchè ſi produca il movimento, il quale rieſce neceſſariamente difforme, finchè durano le preſſioni; ma ceſſando queſte di agire contro il Corpo, eſſo ſi move di là in poi con moto equabile, e colla velocità, che gli è ſtata comunicata dalla ſomma delle preſſioni, che lo hanno ſtimolato.

Si ſcorge adunque, che il moto uniforme può eſſere prodotto o dall' impulſione, o da una ſomma di preſſioni, le quali, dopo aver agito contro il Corpo, ſono poi ceſſate, ma il moto difforme è ſempre prodotto da preſſioni, che agiſcono attualmente.

Noi abbiamo facilmente campo di oſſervare molte ſorte di preſſioni, come ſono la gravità univerſale, e la terreſtre, l'attrazione magnetica, l'attrazione elettrica, la forza elaſtica d' un arco, d'una mola, quella dell' aria imprigionata nel-

la canna a vento, o della polvere accesa dentro le armi da fuoco, l'azione degli uomini, e degli altri animali, quella del vento, dell'acqua corrente ec., le quali pressioni, sebbene sembrano diverse in apparenza, sono però tutte rispetto agli effetti, che producono, della medesima natura; poichè la loro azione si può sempre esprimere con un peso.

255 Le riflessioni addotte intorno le forze moventi della seconda specie (§. 254) si debbono applicare anche alle resistenze; bastando perciò al vocabolo di forze acceleratrici sostituire quello di forze ritardatrici. Queste forze ritardatrici producono il moto ritardato, e la loro azione s'esprime pure con un peso, ed è sempre assoluta, poichè per superarla è necessario adoperare una determinata forza movente, che sia maggiore della forza resistente; ma la resistenza prodotta dalla forza d'inerzia (§. 251) è una resistenza puramente relativa; poichè per piccola, che sia la forza esterna, che agisce contro il Corpo, può sempre mutare il suo stato. Per dare un' idea chiara di questa di-

ſtinzione ſuppongaſi, che ſopra il piano orizzontale AB liſcio al maggior ſegno ſiavi la sfera perfetta C, che ſi vuole far rotolare; ſiccome in qualſivoglia punto del piano queſta ſi trovi, è ſempre egualmente diſtante dal centro della Terra, così (non conſiderato lo sfregamento) non può la ſua gravità cagionare verun oſtacolo alla forza, che tenta di movere la sfera. La reſiſtenza adunque, che s' incontra in tali circoſtanze, quando ſi fa rotolare la sfera, naſce unicamente dalla ſua forza d' inerzia. Ora, ſe ſi badi al quantitativo di queſta reſiſtenza, e alla legge, con cui opera, ſi trova, che tal reſiſtenza è maggiore a miſura, che ſi vuol far rotolare più velocemente la sfera; che la forza eſterna, per quanto ſi voglia piccola, può ſempre movere la sfera di qualſivoglia grandezza, e peſo ella ſia, e che la velocità comunicata alla sfera è nella proporzione diretta della forza eſterna, e nell' inverſa della maſſa, o del peſo della sfera; ma, ſe ſi vorrà alzare la sfera da ſopra il piano, ſiccome per ciò fare è neceſſario, che la forza eſterna vinca la gravità della sfe-

FIGURA III

ra; così dovrà la forza esterna essere maggiore del peso della sfera medesima, senza del che non potrà mai innalzarla.

256 Potendo un Corpo essere mosso da una, o più forze, che agiscono contemporaneamente sul medesimo, si fa luogo a distinguere il movimento in *Semplice*, e *Composto*.

Si chiama *Semplice*, allorchè è prodotto da una sola forza, o da più forze, che agiscono nella medesima direzione; in questo caso il movimento è sempre rettilineo. Ma se il Corpo si move in virtù di due, o più forze, che agiscono in direzioni diverse, il movimento si chiama *Composto*.

Questo movimento può essere rettilineo, o curvilineo. Nel primo caso è lecito considerarlo anche per semplice nella stessa guisa, che un qualsivoglia movimento semplice si può anche considerare come composto. Ma se il movimento sarà curvilineo, esso sarà sempre composto di sua natura: imperciocchè non potrà tal movimento essere descritto, salvo che in ciaschedun istante qualche forza svii il Corpo dalla sua direzione.

Finalmente il moto composto potrà anche essere uniforme, o difforme secondo qualsivoglia legge.

257 Noi vediamo tutto dì, che un Corpo in movimento, incontrando un altro Corpo, produce degli effetti maggiori di ciò succeda, quando s' appoggia solamente sul medesimo, e osserviamo ancora, che gli effetti del Corpo in movimento riescono maggiori a misura, che il Corpo si move più velocemente, o che la sua massa è maggiore. Per conoscere adunque la forza $= f$, che ha un Corpo in movimento, conviene avere in considerazione la sua massa $= m$, e la velocità $= u$, con cui si move; e siccome la somma dei movimenti di tutte le particelle elementari, che costituiscono il Corpo, è necessariamente uguale alla quantità di movimento $= q$, che ha il Corpo, così si fa chiaro da per se, che la totale quantità di movimento d' un Corpo si dee estimare col prodotto della massa nella sua velocità, e che la forza di esso Corpo in movimento dee essere uguale alla quantità di moto. Si ha adunque $q = mu = f$.

258 Da quanto è ſtato detto in queſto capo ſi raccoglie, che le coſe da conſiderarſi nel movimento dei Corpi ſono ſei, cioè lo ſpazio ſcorſo (§. 238), la direzione (§. 239), il tempo (§. 241), la velocità (§. 247, 248), le cauſe, che producono, o alterano il movimento (§. 253, 254, 255, 256), e la forza del Corpo in movimento (§. 257), le quali ſei coſe forman tutto l'oggetto della Dinamica.

Noi vedremo nei capi ſeguenti, come, eſſendo cognite alcune delle dette coſe, ſi determinino le altre col mezzo della Geometria; ma per conoſcere quelle, che ſervono a determinare le altre, è ſempre neceſſario ricorrere alla ſperienza.

La maniera di fare tali ſperienze può variare in molte guiſe, ſecondo che è diverſo il fenomeno Fiſico-Meccanico, che s' eſamina, e l' abilità dello Sperimentatore conſiſte nel ſaper ſcegliere ne' caſi particolari quei ripieghi, che con maggiore ſemplicità, e ſicurezza conducono alla riſoluzione del problema. La norma generale data nel primo capo della Fiſica, e l' applicazione, che ſè

ne anderà facendo ne' convenienti luoghi, ſervirà per addeſtrarſi a sì fatte ricerche.

259 Suppongaſi adunque, che dalle ſperienze già fatte ſia manifeſto, che un Corpo ſcorre i ſeguenti ſpazj nei riſpettivi tempi, cioè FIGURA IV

AB in un minuto ſecondo.
AC in due minuti ſecondi.
AD in tre minuti ſecondi.
AF in quattro minuti ſecondi.

Per far uſo di queſti dati è neceſſario eſprimere la loro proporzione con una figura geometrica; a tal fine ſi tiri una retta indefinita GK, e preſa queſta per aſſe, ſi notino le parti uguali GH, HL, LM, MK di quella grandezza, che più piace, eſprimenti GH un minuto ſecondo, GL due minuti ſecondi, GM tre minuti ſecondi, GK quattro minuti ſecondi ec. Nei punti H, L, M, K s' alzino alla GK le perpendicolari HO, LP, MQ, KR uguali ciaſcheduna riſpettivamente agli ſpazj ſcorſi in detti tempi, cioè HO = AB, LP = AC, MQ = AD, KR = AF, la linea, che ſi fa paſſare per li punti G, O, P, Q, R ſi chiama *la Scala degli ſpazj ſu i tempi*,

nella cui costruzione, se occorresse, che gli spazj scorsi AB, AC, AD, AF ricavati dalla sperienza fossero curvilinei, converrà rettificarli per poterli fare uguali alle corrispondenti perpendicolari HO, LP, MQ, KR.

260 Se nel risultamento della sperienza espresso nella linea ABCDF le parti AB, AC, AD, AF additassero le velocità, che avea il Corpo in movimento dopo uno, due, tre ec. minuti secondi, converrà fare la medesima costruzione del paragrafo antecedente, e la linea GOPQR, che passa per le estremità delle perpendicolari HO, LP, MQ, KR, si chiamerà *la Scala delle velocità su i tempi.*

Finalmente, se nel detto risultamento ABCDF le parti AB, AC, AD ec. esprimessero la somma delle pressioni, che nel tempo di uno, di due, di tre ec. minuti secondi hanno stimolato il Corpo al movimento, dopo avere fatta la mentovata costruzione, la risultante linea GOPQR si chiamerà la *Scala delle pressioni su i tempi.*

261 Si dee quì osservare, che, se la linea GOPQR sarà regolare, le divi-

ſate ſcale (§, 259, 260), e le altre in tal guiſa coſtrutte, di cui ſi tratterà in appreſſo, ſaranno altrettanti luoghi Geometrici, in cui le GH, GL ſono le aſciſſe, e le perpendicolari HO, LP ſono le ordinate; onde la teoria di queſti luoghi ſpiegata nei noſtri Principj di Matematica ſublime ſervirà preciſamente per le ſcale ſuddette di Meccanica, nelle quali ſupporremo ſempre le ordinate fra loro paralelle, fuorchè s'avviſi altrimenti.

CAPO SECONDO

Del movimento uniforme.

262 Nel medeſimo moto equabile eſſendo coſtante la velocità u, e uguale allo ſpazio ſcorſo s diviſo pel tempo corriſpondente t (§. 247), cioè $u = \frac{s}{t}$, conſegue.

1.° Che il prodotto della velocità nel tempo uguaglia lo ſpazio ſcorſo $s = u\,t$.

2.° Che lo ſpazio ſcorſo diviſo per la velocità ſia uguale al tempo $t = \frac{s}{u}$.

3.° Che le parti AF, AK preſe nella direttrice AK eſprimendo i tempi, e le perpendicolari FB, KL i corriſpondenti ſpazj ſcorſi, ſarà la ſcala ABL degli ſpazj ſu i tempi una linea retta inclinata all' aſſe, poichè ſi ha ſempre

FIGURA V

$$\frac{FB}{AF} = \frac{KL}{AK} = \frac{s}{t} = u.$$

4.° Che eſprimendo le perpendicolari FG, KH la velocità coſtante $= u$, ſarà la ſcala GH delle velocità ſu i tempi una retta paralella all' aſſe AK.

5.° Che nel movimento uniforme ſi danno due ſole ſcale ſu i tempi, cioè quella degli ſpazj ſcorſi, e l' altra delle velocità.

6.° Finalmente ſi ſcorge, che, eſſendo data una di queſte ſcale, facilmente ſi giunge a deſcrivere l' altra; poichè delle tre quantità contenute nell' equazione $s = ut$ due ſono cognite.

263 Confrontando poi due movimenti uniformi eſpreſſi dalle equazioni $u = \frac{s}{t}$, $V = \frac{S}{T}$, ſi ha $u : \frac{s}{t} = V : \frac{S}{T}$; da

questa proporzionalità si deducono le seguenti analogie, le quali formano altrettanti teoremi pel moto equabile.

1.° $u : V = \frac{s}{t} : \frac{S}{T} = sT : St$; onde, se si supporranno uguali i tempi, sarà $u : V = s : S$, cioè le velocità proporzionali agli spazj scorsi.

Se si supporranno uguali gli spazj scorsi, sarà $u : V = T : t$, cioè la velocità nella ragion reciproca dei tempi.

2.° $s : S = tu : TV$; perciò, se si supporranno uguali i tempi, sarà $s : S = u : V$, cioè gli spazj scorsi proporzionali alle velocità.

Se sarà $u = V$ avremo $s : S = t : T$, cioè gli spazj proporzionali ai tempi.

3.° $t : T = \frac{s}{u} : \frac{S}{V} = sV : Su$: supposto pertanto gli spazj scorsi fra loro uguali, sarà $t : T = V : u$, cioè i tempi reciprocamente proporzionali alle velocità, e se saranno uguali le velocità, avremo $t : T = s : S$, vale a dire i tempi proporzionali agli spazj scorsi.

264 Poichè dal §. 257 si ha la quantità di movimento d' un Corpo uguale al prodotto della sua massa nella ve-

locità, cioè $q = mu$, se M indicherà la massa d' un altro Corpo, V la sua velocità, e Q la sua quantità di movimento, sarà ancora $Q = MV$; il che dà la seguente proporzionalità $q : mu = Q : MV$, dalla quale si ricava.

1.° $q : Q = mu : MV$, e però, se è $m = M$, sarà $q : Q = u : V$; se è $u = V$, sarà $q : Q = m : M$, e finalmente se si suppone $q = Q$, sarà ancora $mu = MV$, e quindi avremo $m : M = V : u$.

2.° Poichè $qMV = Qmu$ si ricava ancora $u : V = qM : Qm$.

$m : M = qV : Qu$.

Teoremi tutti, che si potranno anche esprimere colle parole, come fatto abbiamo nell' antecedente paragrafo.

265 Finalmente, se si moltiplicherà termine per termine, l' analogia $u : V = sT : St$ del §. 263 coll' analogia $q : Q = mu : MV$ dell' antecedente paragrafo, s' avrà $qu : QV = musT : MVSt$; onde $quMVSt = QVmusT$, e dividendo per uV sarà $qtMS = QTms$, e riducendo quest' equazione in analogia avremo

1.° $q : Q = m s T : M S t$, nella quale, ſe ſi ſuppone $q = Q$, ſiccome allora ſarà ancora $m s T = M S t$, così avremo

$$m : M = S t : s T$$
$$t : T = m s : M S$$
$$s : S = M t : m T;$$

e ſe oltre al ſupporre $q = Q$, ſarâ anche $t = T$, ſarà $s : S = M : m$, e ſe ſarà $s = S$, avremo $t : T = m : M$.

2.° Dalla detta equazione $Q T m s = M S q t$ ſi ricava.

$$s : S = q t M : Q T m$$
$$t : T = Q m s : q M S$$
$$m : M = q t S : Q T s.$$

Col ſupporre poi in ciaſcheduna di queſte analogie ora fra loro uguali gli ſpazj, ora i tempi, e ora le maſſe, ſi dedurranno altri teoremi, come s'è fatto quì avanti.

Tutti queſti teoremi, e quelli addotti nei paragrafi 262, 263, 264 ſi chiamano *Le Leggi del Movimento Uniforme.*

266 La forza d'un Corpo, che ſi move, eſſendo uguale alla ſua quantità di movimento (§. 257), ne conſegue, che, quanto è ſtato detto nei precedenti

teoremi della quantità di movimento, si dee applicare precisamente alla forza loro; onde basterà in detti teoremi sostituire il vocabolo forza a quello di quantità di movimento.

Avendo osservato Leibnitzio verso il fine del secolo passato, che, quando un Corpo aveva una velocità doppia, piegava un numero quadruplo di elastri, e che nei Corpi molli produceva un incavo quadruplo, conchiuse, che la forza dei Corpi in movimento si dovesse misurare col prodotto della massa nel quadrato delle velocità. Quest' idea è nel seguito stata con forti ragioni promossa da altri Filosofi, e specialmente dai Bernulli, da Sgravesande, e da Muscembroeck, a' quali altri valent' Uomini essendosi opposti, ne è nata per alcuni anni la famosa questione delle forze vive, e delle forze morte, la quale è poi stata decisa in favore del prodotto della massa nella velocità.

Nei seguenti insegnamenti s' avrà campo osservare, come avvenga, che gli effetti, che un Corpo in movimento produce nei Corpi molli, e negli elastici, siano proporzionali al prodotto

della maſſa nel quadrato della velocità, non oſtante che la ſua forza ſi debba eſprimere per *m u*.

CAPO TERZO

Del movimento uniformemente accelerato, e del movimento uniformemente ritardato.

267 Il movimento uniformemente accelerato, e l' uniformemente ritardato ſono una ſpecie particolare di moto difforme (§. 250).

Il primo di queſti moti eſſendo cagionato dalle preſſioni, e il ſecondo dalle reſiſtenze continue, e iſtantanee, che operano contro il Corpo (§. 254, 255), debbono ciaſcheduno d'eſſi avere tre ſcale ſulla direttrice dei tempi, cioè la ſcala delle preſſioni, o delle reſiſtenze uniformi, quella delle velocità, e la ſcala degli ſpazj ſcorſi.

Noi vedremo come, eſſendo cognita una di queſte ſcale per mezzo della ſperienza, ſi poſſano trovare le altre due, e conſeguentemente venire in co-

gnizione di quanto appartiene a queste due specie di movimento. Cominciamo a parlare del movimento uniformemente accelerato, poichè, ben intesa la sua teoria, si capisce poi facilmente quella del moto uniformemente ritardato.

268 Poichè nel movimento uniformemente accelerato le velocità $= u$ sono sempre proporzionali ai tempi corrispondenti $= t$ (§. 250), ne consegue, che la proporzione $\frac{u}{t}$ sarà una quantità costante $= p$. Si ha per tanto in questo movimento $\frac{u}{t} = p$, dal che si deduce poi $u = pt$, e $t = \frac{u}{p}$.

La quantità costante $= p$ addita la pressione istantanea, la quale col suo agire di continuo contro il Corpo produce degli aumenti uguali di velocità in tempi uguali (§. 254). Se la retta AK rappresenterà la direttrice de' tempi AF, AK, la scala AL delle velocità corrispondenti FB, KL sarà una retta inclinata all' asse, poichè si ha sempre $\frac{u}{t} = \frac{FB}{AF} = \frac{KL}{AK}$; e se coll' interval-

FIGURA VI

lò FG = p si tirerà la retta GH parallella all'AK, sarà GH la scala delle pressioni uguali p sulla medesima direttrice dei tempi.

269 Se ciaschedun tempo finito AF, AK si suppone diviso nei suoi istanti infinitamente piccoli AC, CO, OF ec., e che da ciascun di questi istanti sia tirata la pressione CD, OQ ec., si scorge. FIGURA VI.

1.° Che il rettangolo AFGI esprime la somma di tutte le pressioni istantanee, che hanno agito contro il Corpo nel tempo AF, che il rettangolo AKHI esprime la somma di tutte le pressioni istantanee, che hanno agito contro il Corpo nel tempo AK ec.

2.° Che le velocità FB, KL prodotte dopo i tempi finiti AF, AK sono proporzionali alle somme delle pressioni AFGI, AKHI, le quali sono proporzionali ai tempi AF, AK, poichè questi rettangoli hanno l'altezza comune AI.

3.° Che alle pressioni additate dal rettangolo ACDI, le quali hanno agito contro il Corpo per un tempo infinitamente piccolo AC, corrisponde una velocità infinitamente piccola CE, e

che alla prima pressione A I non corrisponde velocità di sorta alcuna; poichè nel punto A il tempo è zero, essendo questo punto soltanto principio del tempo, ma che la pressione A I è cagione soltanto, che il movimento principj.

270 La proporzione $\frac{s}{t}$ dello spazio B F $=s$ al tempo A F $=t$ essendo una quantità variabile nel movimento uniformemente accelerato (§. 246, 250), la scala A B L degli spazj scorsi su i tempi dee per le cose insegnate nelle Matematiche sublimi essere una curva convessa verso l' asse A K; poichè il movimento va crescendo, e riuscirebbe concava verso il medesimo asse la curva, se il moto fosse decrescente. Ma se in questa curva supporremo descritto il triangolo caratteristico B H L per mezzo delle K L, B H paralelle rispettivamente alle FB, A K, sarà H L $=ds$, F K $=$ B H $=dt$, e la proporzione $\frac{ds}{dt}$ $=\frac{HL}{BH}$ esprimerà una quantità costante $=u$, poichè in questo caso l' archetto infinitamente piccolo B L si può consi-

FIGURA VII

derare come una linea retta esprimente la scala degli spazj scorsi $= ds$; e conseguentemente aversi per uniforme il movimento nel tempo dt (§. 262).

Additando adunque u la velocità costante nel tempo dt, sarà $\frac{ds}{dt} = u$ la formola ricercata, la quale, perchè non è presa da veruna curva particolare, serve per qualsivoglia movimento accelerato, e ritardato.

271 Per mezzo della ritrovata formola $\frac{ds}{dt} = u$, e dell'equazione $u = pt$ appartenente alla velocità, e alle pressioni nel moto uniformemente accelerato (§. 268) sarà facile trovare l'equazione, che esprime la scala degli spazj scorsi su i tempi in questo movimento; bastando per ciò in una di queste equazioni sostituire in vece di u il suo valore $= pt$, ricavato dall' altra equazione, e s'avrà $\frac{ds}{dt} = pt$, $ds = ptdt$, e integrando avremo $s = \frac{pt^2}{2}$, e $\frac{2}{p} s = t^2$, equazione, che esprime la natura della scala ABL degli spazj scorsi FB, KL su i tempi

AF, AK nel moto uniformemente accelerato, la quale ſcala facilmente ſi vede eſſere la parabola Apoloniana del parametro $= \frac{2}{p}$, la quale volge la ſuà

FIGURA VIII convesſità BL verſo la direttrice AK, e che queſta direttrice tocca la parabola nel vertice A; onde la retta AM perpendicolare all' AK è l'aſſe della parabola.

272 Se, dopo avere deſcritta la ſcala degli ſpazj ABL, ſi ſoſtituirà nell'equazione $\frac{2}{p} s = t^2$ in vece di p il ſuo valore $\frac{u}{t}$ preſo dall' equazione $\frac{u}{t} = p$ (§. 268), s'avrà, correggendo l'eſpreſſione, $\frac{2s}{t} = u$. Pertanto, ſe ſi prolungheranno le rette BF, KL, e ſi farà $u = FG = \frac{2BF}{AF} = \frac{2s}{t}$, $u = KH = \frac{2KL}{AK} = \frac{2s}{t}$, ſi troverà, che la linea, che paſſa per li punti A, G, H, è una retta inclinata all' aſſe AK, ed è la ſcala delle velocità corriſpondenti agli ſpazj ſcorſi, per mezzo della quale ſarà poi facile coſtruire anche la ſcala delle preſſioni, ſervendoſi dell' equazione $\frac{u}{t} = p$.

Dal che si scorge, come, essendo data una delle tre scale nel movimento uniformemente accelerato, si possano descrivere le altre scale, e come si venga in cognizione di quanto appartiene a questa specie di movimento (§. 267).

273 Poichè nel movimento uniformemente accelerato la scala A B L degli spazj scorsi su i tempi è una parabola Apoloniana (§. 271), ne consegue.

1.° Che, se si prenderanno i tempi AF, AK, AN ec. nella proporzione dei numeri naturali 1, 2, 3, 4, 5 ec., gli spazj FB, KL, NO scorsi in detti tempi saranno come i quadrati 1, 4, 9, 16, 25 ec. de' medesimi numeri naturali. FIGURA IX

2.° Se dai punti B, L ec. si tireranno alla direttrice AN le paralelle BE, LI ec., sarà FB lo spazio scorso nel primo tempo AF, LE lo spazio scorso nel secondo tempo FK, OI lo spazio scorso nel terzo tempo KN, e quindi gli spazj scorsi in tempi uguali saranno fra loro, come le differenze 1, 3, 5, 7 ec. dei quadrati dei numeri naturali, cioè come la serie dei numeri dispari.

274 Se da un qualsivoglia punto B della parabola si tirerà la tangente BQ, FIGURA X

questa, come è noto per le sezioni coniche, dividerà per metà in R l' altra tangente A F, esprimente il tempo impiegato dal Corpo nello scorrere lo spazio F B con moto uniformemente accelerato. Si supponga ora, che la retta R B rappresenti una scala di spazj scorsi con moto equabile (§. 262), lo spazio scorso FB sarà un' ordinata comune alle due scale ALB, RB; ma lo spazio FB nel moto equabile è scorso nel tempo RF (§. 262), e il medesimo spazio F B nel movimento uniformemente accelerato è scorso nel tempo A F doppio di R F. Adunque, se un Corpo, dopo essersi mosso con movimento uniformemente accelerato per tutto il tempo A F, ha acquistata la velocità F G, e viene a cessare il detto movimento uniformemente accelerato, onde il Corpo di là in poi si muova con moto equabile (§. 249), e colla velocità FG, egli scorrerà lo spazio FB nel tempo $RF = \frac{AF}{2}$, e quindi nel tempo intero AF il Corpo suddetto scorrerà con moto equabile uno spazio doppio di FB scorso con movimento uniformemente accelerato.

275 La Natura ci fa vedere vicino alla ſuperficie della Terra dei movimenti uniformemente accelerati nella caduta dei Corpi prodotta, come abbiamo detto altrove, dalle ſollecitazioni della gravità terreſtre. Un pendolo ſemplice, che colle ſue vibrazioni miſura i minuti ſecondi alle falde d' un monte, miſura pure i minuti ſecondi alla cima del monte; il che dimoſtra, che le ſollicitazioni della gravità contro la sfera del pendolo ſono fra di loro uguali in queſte differenti diſtanze dal centro della Terra. Per la qual coſa, ſe dalla cima A d'un' altiſſima torre ſi laſcerà caſcare liberamente queſta sfera, o altro Corpo, la ſcala delle preſſioni, che cagioneranno il movimento, ſarà una retta parallella alla direttrice dei tempi, e conſeguentemente la ſcala delle velocità ſarà una retta inclinata alla medeſima direttrice (§. 268), e la ſcala degli ſpazj ſcorſi ſarà una parabola Apoloniana (§. 271). In fatti, quando ſi miſura lo ſpazio A C ſcorſo in un tempo da un Corpo, che caſca a piombo, lo ſpazio A D ſcorſo in un tempo doppio, lo ſpazio A B ſcorſo in un tempo triplo, ſi FIGURA XI

trova, che questi spazj sono fra loro come i quadrati dei tempi suddetti (§. 271, 273), purchè il Corpo sia molto denso, e che il maggiore spazio A B non sia troppo grande; onde sia ancora insensibile la resistenza dell' Aria contro il Corpo, la quale, come vedremo, altera notabilmente i moti veloci, e più particolarmente nei Corpi leggieri.

276 Il movimento uniformemente accelerato, di cui abbiamo finora parlato, è prodotto da sole pressioni; onde questo moto principia dalla quiete in quella guisa appunto, che un Corpo cade in virtù della sola gravità, se, essendo sospeso a un filo, si rompa, o è reciso il detto filo. Convien ora considerare la combinazione del movimento accelerato col moto equabile, allorchè ambidue hanno la medesima direzione. Per questo fine premetteremo la seguente proposizione.

FIGURA XII Se il Corpo A è mosso nella direzione A B da A verso B da una forza F atta a comunicargli la velocità $= m$, e il medesimo Corpo A è mosso nella stessa direzione, e dalla medesima parte da un' altra forza G capace a co-

municarli la velocità $= n$, questo Corpo obbedendo alle due forze, che agiscono contro di lui contemporaneamente, si moverà nella medesima direzione da A verso B colla velocità $m + n$: ma se le due forze agiranno contemporaneamente in direzioni opposte, cioè la forza F spinga il Corpo da A verso B, la forza G lo spinga da A verso C, in questo caso il Corpo continuerà bensì a mantenersi nella medesima direzione, ma la sua velocità s' esprimerà per $m - n$, e il suo movimento si farà da A verso B, se è $m > n$, e se è $m < n$, il Corpo si moverà da A verso C; e finalmente starà in perfetta quiete il Corpo, se è $m = n$.

Ciò, che si è detto delle velocità, si dee anche dire degli spazj, che ciascheduna forza F, G può far scorrere al Corpo nel tempo t.

277 Per applicare la proposizione generale dell' antecedente paragrafo alla combinazione particolare del moto uniformemente accelerato col moto equabile, si rifletta, che, se dall' alto di una torre si getta una pietra verso il basso in una direzione a piombo, o che

ſi ſpara uno ſchioppo in queſt' iſteſſa direzione, la pietra ſcagliata, o la palla cacciata dallo ſchioppo ſi moveranno nella medeſima direzione a piombo; ma la velocità $= u$, che ha il Corpo in queſto movimento, è compoſta colla velocità coſtante $= c$ comunicatali dalla forza del braccio, o dalla polvere acceſa, e della velocità $= p\,t$, che è propria del movimento uniformemente accelerato (§. 268).

L'equazione $u = c + p\,t$ eſprime adunque la natura della velocità compoſta $= u$ nel movimento, di cui parliamo.

Se A K ſarà la direttrice dei tempi, a cui ſiano paralelle Q M eſprimente la ſcala della velocità coſtante $= c =$ AQ $=$ K M, ed I H eſprimente la ſcala delle preſſioni uguali della gravità A I $= p =$ K H, la retta inclinata Q L ſarà la ſcala della velocità compoſta $u =$ F B $=$ F N $+$ N B $= c + p\,t$, che ſi conviene al tempo A F, e ſarà $u =$ KL $=$ K M $+$ M L $= c + p\,t$ velocità compoſta corriſpondente al tempo A K, e così di altre ec.

FIGURA XIII

278 Per avere l'equazione della ſcala, che s' appartiene agli ſpazj ſcorſi con moto equabile combinato col moto uniformemente accelerato (§. 277), baſta far uſo della formola $\frac{ds}{dt} = u$ (§. 270), e dell' equazione $u = c + pt$ appartenente a queſti due moti.

Confrontando adunque i due valori di u, ſi ricava $\frac{ds}{dt} = c + pt$, e $ds = cdt + ptdt$, e integrando ſi ha $s = ct + \frac{pt^2}{2}$, o ſia $\frac{2}{p} s = \frac{2ct}{p} + t^2$, equazione, che appartiene alla porzione A B L della parabola Apoloniana R A B L rapportata alla direttrice de' tempi A F, che interſeca la parabola in A, in vece di toccarla nel vertice R, come ſuccede, quando il movimento è ſemplicemente uniformemente accelerato (§. 271). FIGURA XIV

Se ſi coſtruirà la ritrovata equazione ſecondo le regole date ne' Principj di Matematica ſublime, ſi troverà.

1.° Che il punto A è il principio dei tempi A F, a' quali corriſpondono gli ſpazj F B ſcorſi dal Corpo coi mentovati due movimenti.

2.° Che la parabola ha sempre lo stesso parametro $= \frac{2}{p}$, e che la retta AQ è espressa dalla quantità $\frac{c}{p}$.

Se in questa costruzione si farà la perpendicolare AG $= c$, e si tirerà la retta QG, questa sarà la scala delle velocità composte $= u$: imperciocchè dai triangoli simili QAG, QFH si ha QA : AG $=$ QF : FH, o sia in valori analitici $\frac{c}{p} : c = \frac{c}{p} + t : \frac{\frac{c \times \overline{c + t}}{p}}{\frac{c}{p}} =$ $c + pt = u =$ FH.

279 Allorchè si getta verticalmente un Corpo da basso in alto, il moto equabile, che la forza impulsiva ha comunicato al Corpo, viene distrutto successivamente dalle pressioni costanti della gravità, le quali coll' agire in direzioni opposte sminuiscono porzioni uguali di velocità in tempi uguali. Combinando adunque il moto equabile col moto uniformemente accelerato nelle divisate circostanze si fa luogo al secondo caso (§. 276)

(§. 276), e ſi produce il movimento uniformemente ritardato.

Per eſprimere la natura del moto uniformemente ritardato rappreſenti AQ la velocità coſtante $= c$ comunicata al Corpo nello slanciarlo da baſſo in alto, e ſia A K la direttrice dei tempi, la retta Q M paralella a queſta direttrice ſarà la ſcala della velocità $c =$ F N $=$ K M ec. Inoltre ſia I G H la ſcala delle preſſioni uguali della gravità, che agiſcono in ſenſo oppoſto al movimento del Corpo, ſuccederà, che dopo il tempo A F ſarà diſtrutta dalla ſomma A F G I delle preſſioni la parte N B $= p\,t$ della velocità F N; onde ſarà la velocità reſtante F B $= u =$ F N $-$ N B $= c - p\,t$; che dopo il tempo A K ſarà diſtrutta dalla ſomma A K H I delle preſſioni la parte M L $= p\,t$ della velocità K M, onde ſarà la reſtante velocità K L $= u =$ K M $-$ M L $= c - p\,t$; e finalmente che dopo il tempo A R ſarà diſtrutta la velocità R E $=$ A Q dalla ſomma delle preſſioni A R O I, nel qual caſo il Corpo ceſſa d' aſcendere. FIGURA XV

Avremo adunque nel movimento uniformemente ritardato $u = c - p\,t$,

280 Per avere l' equazione della ſcala degli ſpazj ſcorſi ſu i tempi nel movimento uniformemente ritardato ſi farà uſo della formola $\frac{ds}{dt} = u$, e dell'equazione $u = c - pt$ del paragrafo antecedente.

Dal confronto di queſte due equazioni riſulta $\frac{ds}{dt} = c - pt$, $ds = cdt - ptdt$, e integrando ſi ha $s = ct - \frac{pt^2}{2}$, $\frac{2}{p} s = \frac{2ct}{p} - t^2$, equazione, che appartiene alla porzione R N A della parabola Apoloniana R A B L rapportata alla direttrice Q A F dei tempi, i quali in queſto caſo ſi debbono ſegnare da A verſo Q, come AK, per avere i corriſpondenti ſpazj ſcorſi K N.

FIGURA XIV

Se poi ſi farà $AG = c$, e ſi tirerà la retta Q G, queſta ſarà la ſcala delle velocità ritardate K O, le quali diventano zero dopo il tempo A Q; onde il Corpo ceſſa d' aſcendere, e l' altezza maggiore, a cui il medeſimo ſarà aſceſo, verrà additata dal corriſpondente ſpazio ſcorſo Q R.

281 Dalle coſe dette del movimento uniformemente ritardato ſi ricava,

1.° Che, prendendo la serie dei numeri impari 1, 3, 5, 7. ec. con ordine retrogrado, si ha la proporzione degli spazj scorsi in tempi uguali.

2.° Che nella gravità terrestre la velocità costante c impressa a un Corpo, per cui ascende sino a una certa altezza verticale, è precisamente uguale a quella, che acquista il Corpo cadendo dalla medesima altezza con semplice moto uniformemente accelerato: imperciocchè essendo $u = o$, quando il Corpo finisce d'ascendere, si ha $o = c - pt$, e $pt = c$ velocità semplice del moto uniformemente accelerato (§. 268).

3.° Se nella formola $s = ct - \frac{pt^2}{2}$ si scriverà $\frac{c}{p}$ in vece di t, allorchè la velocità $u = o$, s'avrà $s = \frac{c^2}{2p}$ per la maggior altezza, a cui un Corpo slanciato ascende.

282 Le formole generali addotte in questo capo sono le seguenti.

Pel movimento uniformemente accelerato, che principia dalla quiete.

$1.^a \quad u = pt$ (§. 268).

$2.^a \quad s = \frac{pt^2}{2}$ (§. 271).

e ſe nella ſeconda di queſte formole ſi ſcriverà in vece di t^2 il ſuo valore $\frac{u^2}{p^2}$ dedotto dalla prima, s'avrà, correggendo l' eſpreſſione,

$3.^a \quad s = \frac{u^2}{2p}$

Pel movimento uniformemente accelerato, che principia con una velocità coſtante $= c$ ſarà

$4.^a \quad u = c + pt$ (§. 277).

$5.^a \quad s = ct + \frac{pt^2}{2}$ (§.278)

Pel movimento uniformemente ritardato.

$6.^a \quad u = c - pt$ (§. 279).

$7.^a \quad s = ct - \frac{pt^2}{2}$ (§. 280).

Ora, ſe per mezzo d'una ſola ſperienza ſi verrà a conoſcere lo ſpazio ſcorſo $= s$ in un dato tempo, o pure la velocità $= u$, con tal notizia ſi troverà il valore delle preſſioni coſtanti $= p$, il quale, ſoſtituendolo in tutte le formole, ſi potranno colle medeſime ri-

ſolvere i problemi appartenenti a quel tal movimento uniformemente accelerato, o ritardato, ſenza che ſia per ciò neceſſario coſtruire le ſcale. Per far vedere l' uſo di tutta queſta teoria: ne faremo l' applicazione alla gravità terreſtre.

283 Dalla ſperienza ſi ricava, che alla latitudine di gradi 45 un Corpo, che cade liberamente, principiando dalla quiete, ſcorre nel tempo di un minuto ſecondo piedi $9\frac{1}{2}$ in circa. Se queſto dato ſi ſoſtituirà nella ſeconda formola $s = \frac{pt^2}{2}$ in vece di s, e ſi ſcriverà l' unità in vece di t, s' avrà $9\frac{1}{2} = \frac{p}{2}$, e $p = 19$ piedi, i quali eſprimono la preſſione coſtante della gravità nella detta elevazione di polo.

Soſtituiſcaſi ora nelle formole dell' antecedente paragrafo in vece di p il ritrovato valore 19, e s'avranno le formole neceſſarie per riſolvere i problemi appartenenti al movimento uniformemente accelerato, e ritardato prodotto

dalla gravità nella detta elevazione, cioè.

$$1.^a \quad u = 19t$$

$$2.^a \quad s = \frac{19t^2}{2}$$

$$3.^a \quad s = \frac{u^2}{38}, \text{ ed } u = \sqrt{38 s}$$

$$4.^a \quad u = c + 19t$$

$$5.^a \quad s = ct + \frac{19t^2}{2}$$

$$6.^a \quad u = c - 19t$$

$$7.^a \quad s = ct - \frac{19t^2}{2}$$

Se la mentovata ſperienza ſi faceſſe più vicina al polo, ſi troverebbe, che lo ſpazio ſcórſo in un minuto ſecondo rieſce maggiore di piedi $9\frac{1}{2}$, e ſuccederebbe all'oppoſito, ſe la ſperienza ſi faceſſe più vicino all'equatore, e conſeguentemente ſoſtituendo tai valori nella formola, s'avrebbe un valore diverſo per la preſſione corriſpondente a tai ſiti (§. 243).

Facciamo ora vedere l'uſo pratico di queſte formole nella riſoluzione d'alcuni problemi.

284 Un Corpo eſſendo caſcato liberamente da una certa altezza ha impie-

gato sei minuti secondi nella sua caduta, trovare questa altezza.

Siccome trattasi di spazio, e di tempo nel movimento uniformemente accelerato, che principia dalla quiete, così il problema si risolve per mezzo della formola seconda $s = \frac{19t^2}{2}$; onde sostituendo in vece di t^2 il quadrato di 6, s' avrà $s = \frac{19 \times 36}{2} = 342$ piedi per l' altezza, o sia lo spazio scorso ricercato.

Se si volesse avere la velocità del Corpo nelle mentovate circostanze, converrebbe servirsi della prima formola $u = 19t$, in cui sostituendo 6 in vece di t s' avrà $u = 19 \times 6 = 114$ piedi per la velocità ricercata.

Un Corpo è cascato liberamente per un' altezza di piedi 152, si cerca la sua velocità. Trattandosi di spazio scorso, e di velocità nel movimento uniformemente accelerato, che principia dalla quiete, il problema si dovrà risolvere colla terza formola $s = \frac{u^2}{38}$, scrivendo in essa il numero 152 in vece di

s, s' avrà $152 \times 38 = u^2 = 5776$, ed $u = 76$ piedi.

Queſta terza formola ſerve anche pel movimento uniformemente ritardato, quando ſi tratta di trovare l' altezza, a cui è aſceſo il Corpo slanciato, o la velocità, con cui è ſtato slanciato; baſtando in queſto caſo di ſcrivere c in vece di u nella formola $s = \frac{u^2}{38}$ (§.280).

285 In ciaſcheduna delle tre prime formole (§. 282) ſi hanno ſolamente due incognite, onde baſta, che una di eſſe ſia data, perchè ſi conoſca l' altra; ma nelle altre quattro formole, ove ſi contengono tre incognite, è ſempre neceſſario, che due di eſſe ſiano date.

Dal bordo d' un precipizio profondo piedi 1368 ſi è ſcagliata una pietra colla direzione a piombo d'alto in baſſo, e colla velocità impreſſale di piedi 95, ſi cerca il tempo impiegato da queſta pietra per giungere al piè del precipizio. Poichè trattaſi di ſpazio, e di tempo in un movimento uniformemente accelerato, che principia con una velocità impreſſa, ſi farà uſo della quinta

formola $s = ct + \frac{19t^2}{2}$, in cui ſcrivendo i numeri dati, s' avrà $1368 = 95t + \frac{19t^2}{2}$, equazione di ſecondo grado, che trattata colle note regole dà $t = 8$ minuti ſecondi.

Se poi foſſe noto il tempo di 8 minuti ſecondi, e la velocità c di piedi 95 impreſſa alla pietra, e ſi voleſſe trovare la velocità compoſta u, che avrà la pietra nel giungere al piè del precipizio, ſi farà uſo della quarta formola $u = c + 19t$, e ſcrivendo in eſſa i numeri dati, s'avrà $u = 95 + 19 \times 8 = 247$ piedi per la ricercata velocità.

286 Succede alle volte il dover far uſo di due formole per riſolvere un ſolo problema, e occorre ciò, allora quando nel problema propoſto ſi cerca più d'una coſa. Per eſempio dalla cima d'un' alta torre ſi è ſparato uno ſchioppo colla direzione a piombo, e ſi ſa, che la palla per giungere al piede della torre ha impiegato due minuti ſecondi, e che ivi aveva una velocità di piedi 80. Cercaſi la velocità, con cui la palla è uſcita dallo ſchioppo, e quale ſia l' altezza della torre.

Siccome trattasi di movimento uniformemente accelerato, che principia con una data velocità, e che cercansi due cose, si farà uso delle formole quarta, e quinta (§. 283). Sostituiscasi nella quarta formola $u = c + 19t$ il valore di $u = 80$, e di $t = 2$, e s' avrà $80 = c + 19 \times 2$, cioè $c = 42$ piedi, e sostituito poi nella quinta formola il valore di c, e di t s' avrà $s = 42 \times 2 + \frac{19}{2} \times 4 = 122$ piedi, vale a dire, che la palla nell' uscire dallo schioppo avea una velocità di piedi 42, e che la torre è alta piedi 122.

287 Essendosi sparato un mortaio in una direzione verticale s' è osservato, che la bomba nel tempo di quattro minuti secondi è ascesa piedi 608; si cerca, quale sia la velocità, con cui la bomba è uscita dal mortaio, quale l'altezza totale, a cui è ascesa la bomba, e quale sia il tempo impiegato in quest' ascendimento.

Trattandosi di movimento uniformemente ritardato, in cui si cercano tre cose, si farà uso della sesta, e settima formola del §. 283. Nella formola set-

tima ſoſtituiſcanſi i valori di $s = 608$, e di $t = 4$, e s' avrà $608 = 4c - \frac{19}{2} \times 16$, cioè $c = 190$ piedi, ch' è la velocità della bomba nell' uſcire dal mortaio.

Per avere ora il totale aſcendimento della bomba, e il tempo impiegato in eſſo, ſi conſideri, che nel movimento uniformemente ritardato, quando il Corpo finiſce di aſcendere, la velocità u diventa zero (§. 280, 281); perciò facendo le debite ſoſtituzioni nella formola ſeſta, s'avrà $o = 190 - 19t$; onde $t = 10$ minuti ſecondi pel tempo totale dell' aſcendimento. Finalmente col ſoſtituire queſto valore di t, e quello di c nella formola ſettima s' avrà

$$s = 190 \times 10 - \frac{19}{2} \times 100 = 950$$

piedi per l'altezza totale, a cui è aſceſa la bomba.

Coll' operare nelle diviſate maniere ſi potranno riſolvere altri conſimili problemi.

CAPO QUARTO

Del moto difforme in generale.

288 I movimenti, che la Natura ci fa osservare, sogliono per lo più essere difformi secondo varie leggi. Tale osservazione prova la necessità, in cui siamo, d' entrare in una teoria generale di questo movimento, per poter risolvere molti problemi Fisico-meccanici.

Ben intesa la maniera, con cui è spiegato nel capo antecedente, che si producono il movimento uniformemente accelerato, e l' uniformemente ritardato, sarà facile il comprendere, che il moto difforme accelerato, e il difforme ritardato nascono da pressioni, che sono fra loro disuguali secondo diverse proporzioni, e che queste pressioni possono agire o sole, o combinate con qualche velocità costante già comunicata al Corpo, o combinate con altre pressioni, o resistenze.

289 In qualsivoglia moto difforme s' avranno adunque tre scale sulla direttrice dei tempi, cioè quella delle pres-

ſioni, l' altra delle velocità, e la terza degli ſpazj ſcorſi. In oltre, poichè le preſſioni, che producono la velocità del Corpo, ſono diſuguali in tempi uguali, varierà la proporzione della velocità al tempo corriſpondente, e quindi la ſcala delle velocità ſu i tempi ſarà neceſſariamente una curva.

290 Poichè la ſcala delle velocità ABL ſu i tempi AF è una curva (§. 289) delle preſſioni, che producono queſte velocità, non ſe ne potrà avere un' eſpreſſione coſtante, ſe non per un tempo infinitamente piccolo FK, in cui l' archetto BL ſi può conſiderare come una linea retta, e conſeguentemente averſi per uniformemente accelerato, o uniformemente ritardato il movimento, che le appartiene (§. 268, 277, 279). FIGURA VII

Suppongaſi deſcritto il triangolo caratteriſtico BHL, e chiamata l' aſciſſa AF $= t$, l' ordinata FB $= u$, ſarà FK $=$ BH $= dt$, HL $= du$, e denominando p la preſſione, che nei tempi uguali dt produce degli aumenti uguali di velocità du, ſarà $\frac{du}{dt} = p$ la for-

mola generale per qualsivoglia movimento difforme; giacchè essa non è dedotta da veruna curva particolare.

Da questa formola si deducono poi questi altri due teoremi.

1.° $du = p\,dt$.

2.° $dt = \frac{du}{p}$.

291 Se per mezzo di qualche sperienza si giungerà a descrivere una delle tre scale appartenenti a qualche moto difforme, e dopo avere trovata l'equazione di questa scala si farà uso delle formole $u = \frac{ds}{dt}$ (§. 270), $p = \frac{du}{dt}$ (§. 290), si verrà in cognizione delle altre scale, e di quanto appartiene a questo movimento.

Allorchè la scala ritrovata per mezzo delle sperienze appartiene agli spazj scorsi, e si cerca la corrispondente scala delle velocità, e di poi da questa si ricava quella delle pressioni; o pure, che, essendo data dalla sperienza la scala delle velocità, si cerca unicamente quella delle pressioni, cotai problemi si chiamano *Problemi diretti delle Forze*, nella cui risoluzione è sempre bastante l' uso

del calcolo differenziale: ma ſe la ſcala cognita ſarà quella delle preſſioni, e da queſta ſi dovrà dedurre la ſcala delle velocità, e di poi quella degli ſpazj ſcorſi, o pure, eſſendo cognita dalla ſperienza la ſcala delle velocità, ſi dovrà trovare quella degli ſpazj; tali problemi ſi chiamano *Problemi inverſi delle Forze*, ed è neceſſario per riſolverli ſervirſi del calcolo integrale.

292 Per eſemplificare cominceremo a riſolvere i problemi diretti delle forze. Sia ABL la ſcala degli ſpazj ſcorſi FIGURA XVI
FB, KL $= s$ ſu i tempi AF, AK $= t$, la cui equazione ſia $c^m s^n = t^{m+n}$. Per trovare l' equazione appartenente alla ſcala delle velocità, ſi differenzj la ritrovata equazione, e s' avrà

$$n c^m s^{n-1} ds = \overline{m+n}\; t^{m+n-1} dt,$$

e $\dfrac{ds}{dt} = \dfrac{\overline{m+n} \times t^{m+n-1}}{n c^m s^{n-1}}$, ma dalla formola generale per gli ſpazj, per le velocità, e per li tempi (§. 270) ſi ha $u = \dfrac{ds}{dt}$, adunque confrontando i due valori di $\dfrac{ds}{dt}$ s'avrà $u = \dfrac{m+n \times t^{m+n-1}}{n c^m s^{n-1}}$

per l' equazione appartenente alla ſcala A G H delle velocità, da coſtruirſi ſecondo le note regole di Matematica ſublime.

Si potrà quì oſſervare, che per render più ſemplice il ſecondo membro della ritrovata equazione, baſterà moltiplicare ſotto, e ſopra per t, e s'avrà

$$u = \frac{\overline{m+n} \times t^{m+n}}{n c^m s^{n-1} t}$$, e ſcrivendo $c^m s^n$ in vece di t^{m+n}, e correggendo l'eſpreſſione ſarà $u = \frac{\overline{m+n} \times s}{n t}$.

293 La ritrovata equazione $u = \frac{\overline{m+n} \times s}{n t}$ non può ſervire per dedurre la ſcala delle corriſpondenti preſſioni, perchè contiene tre variabili. E' adunque neceſſario per poterla dedurre, che, dopo aver deſcritta la ſcala A G H delle velocità, ſe ne eſprima la ſua equazione in modo, che contenga due ſole variabili, cioè tempo, e velocità, il che non ſarà difficile a farſi colle coſe inſegnate nei Principj di Matematica ſublime. Sup-

Suppongasi adunque, che nell' eseguire tal cosa risulti $t^q = e^m u^n$: per trovare la scala delle pressioni si differenzierà quest' equazione, e s' avrà $q t^{q-1} dt = n e^m u^{n-1} du$, e $\frac{du}{dt} = \frac{q t^{q-1}}{n e^m u^{n-1}}$, e confrontando questo valore con quello della formola $\frac{du}{dt} = p$ (§. 290), in cui trattasi di velocità, tempo, e pressioni, avremo $p = \frac{q t^{q-1}}{n e^m u^{n-1}}$, equazione appartenente alla scala delle pressioni su i tempi; nella qual equazione, se si vorrà far più semplice il secondo membro, basterà moltiplicare sotto, e sopra per t, e scrivendo $e^m u^n$ in vece di t^q, e correggendo l' espressione s'avrà $p = \frac{qu}{nt}$.

294 Il metodo dato per risolvere i problemi diretti delle forze è generalissimo, e non ammette eccezione di sorta alcuna; onde passeremo a trattare della risoluzione dei problemi inversi, in cui, come abbiamo detto (§. 291), è necessario adoperare il calcolo integrale.

Allorchè la ſcala delle preſſioni ſu i tempi è data, due caſi poſſono occorrere.

FIGURA XVII Si dà il primo caſo, allora quando nel principio A del tempo AF la preſſione $= p$ è qualche coſa, come AR, vale a dire, che la ſcala RI delle preſſioni ſu i tempi paſſa fuori del punto A. In queſto caſo il moto difforme può principiare, e proſeguire in virtù delle ſole preſſioni; onde nell' integrare le equazioni non è neceſſario l' aggiungere coſtante alcuna.

Ha luogo il ſecondo caſo, quando nel principio A del tempo AF la preſſione è zero, cioè che la ſcala AB di queſte preſſioni paſſa pel punto A. In ſimile circoſtanza nell' integrare l' equazione è neceſſario l' aggiungere una coſtante, che eſprime una velocità impreſſa al Corpo, ſenza la quale non potrebbe principiare il movimento, vale a dire, che il movimento in queſto caſo è prodotto dalla combinazione di un moto equabile con un moto difforme nella maniera ſpiegata (§. 276, 277, 279) per la combinazione del moto equabile col moto uniformemente accelerato.

La regola per conoſcere, ſe ſi debba, o no aggiungere la coſtante nei caſi particolari, e come debba operarſi, è quell'iſteſſa, che ſi è data nei Principj di Matematica ſublime, il che meglio ancora ſi vedrà dalla riſoluzione de' ſeguenti problemi.

295 Data l'equazione $p = c - \sqrt{mt}$ per la ſcala RIL delle preſſioni FI, LK ſu i tempi AF, AK, ſi cerca la corriſpondente ſcala AGH delle velocità. FIGURA XVIII

Nella propoſta equazione ſupponendo $t = 0$ ſi ha $p = c = AR$, vale a dire, che queſta equazione appartiene al primo caſo (§. 294); onde non è neceſſario aggiungere coſtante alcuna nell' integrare l' equazione.

Pigliſi la formola generale per le preſſioni $\frac{du}{dt} = p$ (§. 290), e confrontato queſto valore di p con quello della propoſta equazione ſi ha $\frac{du}{dt} = c - \sqrt{mt}$, $du = c\,dt - m^{\frac{1}{2}} c^{\frac{1}{2}} dt$, e integrando ſarà $u = ct - \frac{2 m^{\frac{1}{2}} c^{\frac{3}{2}}}{3}$

per l' equazione ricercata della ſcala AGH delle velocità FG, KH.

Se l' equazione data per la ſcala delle preſſioni ſu i tempi è $\frac{t^3}{m^2} = p$, controntando queſto valore di p con quello della formola generale (§. 290) ſi ha $\frac{du}{dt} = \frac{t^3}{m^2}$, ed $m^2 du = t^3 dt$, e integrando ſarà $m^2 u = \frac{t^4}{4}$ per la ſcala delle velocità, a cui ſi dovrà aggiungere una coſtante $c = AK = FH$, che

FIGURA XIX

eſprima la velocità comunicata al Corpo: imperciocchè nell' equazione $\frac{t^3}{m^2} = p$, ſupponendo $t = o$ ſi ha anche $p = o$, vale a dire, che queſta equazione appartiene al ſecondo caſo del paragrafo antecedente, poichè la ſcala AB delle preſſioni BF paſſa pel punto A principio dei tempi; onde il movimento non può cominciare, ſe da un'altra forza non s' imprime una velocità al Corpo.

Operando adunque ſecondo le regole del calcolo integrale s' avrà $u = c + \frac{t^4}{4m^2}$ per la ricercata ſcala delle velocità.

296 Data l' equazione $u^3 = mt^2$ per la ſcala delle velocità A B L ſu i tempi A F trovare l' equazione per la corriſpondente ſcala A G H degli ſpazj ſcorſi. Nella data equazione ſi trovi il valore di $u = \sqrt[3]{mt^2}$, e ſi confronti con quello della formola generale per le velocità, e per gli ſpazj ſcorſi $u = \frac{ds}{dt}$ (§. 270), e s' avrà $\sqrt[3]{mt^2} = \frac{ds}{dt}$, e $m^{\frac{1}{3}} t^{\frac{2}{3}} dt = ds$, e integrando ſarà $s = \frac{3 m^{\frac{1}{3}} t^{\frac{5}{3}}}{5}$ l' equazione ricercata per la ſcala A G H degli ſpazj ſcorſi, cui non è neceſſario aggiungere coſtante alcuna; poichè nel punto A principio del tempo A F, ove la velocità del Corpo è zero, dee anche eſſere zero lo ſpazio ſcorſo. FIGURA XVI

Gli addotti eſempj dei problemi inverſi delle forze baſteranno per dare norma a riſolverne altri della medeſima ſpecie, non potendoſi intorno a ciò incontrare altra diverſità, ſe non nel cal-

colo, di cui già si è bastevolmente trattato nei Principj di Matematica sublime.

297 Nelle scale, di cui finora abbiamo ragionato, si sono sempre notati i tempi nella direttrice delle ascisse; ma succede in molti casi, che si debbano notare per ascisse ora le velocità, e ora gli spazj scorsi.

Allorchè si risolvono i problemi inversi delle forze per determinare la resistenza, che l' Aria, o altri consimili mezzi oppongono al movimento d' un Corpo, in tai casi si fa uso di scale, in cui le velocità sono notate per ascisse nella direttrice; ma siccome di questa cosa se ne tratterà altrove, così parleremo adesso delle scale, nelle quali gli spazj scorsi sono notati per ascisse nella direttrice. Queste tali scale sono di un grandissimo uso per la pratica, poichè per lo più le forze sollecitatrici dipendono dal luogo, in cui si trova il Corpo sollecitato.

Essendo dunque data la scala delle velocità sugli spazj, e volendosi trovare quella delle corrispondenti pressioni; o all' opposito essendo data la scala delle pressioni sugli spazj, e volendosi tro-

vare quella delle velocità, è necessario ridurre le due formole generali $u = \frac{ds}{dt}$, $p = \frac{du}{dt}$ in una sola, che contenga lo spazio, la velocità, e la pressione. Dalla prima adunque di queste formole si ricava $dt = \frac{ds}{u}$, e sostituendo questo valore di dt nella seconda si ha $p = \frac{udu}{ds}$, formola generale per risolvere tutti i problemi, in cui gli spazj scorsi sono notati per ascisse nella direttrice, e ne' quali si tratta di pressioni, e di velocità prodotte dalle pressioni medesime.

298 Facciamo vedere l'uso della formola $p = \frac{udu}{ds}$ nei due seguenti esempj.

Abbiasi $u^2 = ms - s^2$, equazione della scala AGH delle velocità FG $= u$ sulli spazj AF $= s$, e si debba trovare la corrispondente scala RIL delle pressioni; si differenzj l'equazione $u^2 = ms - s^2$, e s'avrà $udu = \frac{mds}{2} - sds$, e sostituito questo valore FIGURA XVIII

di $u\,d\,u$ nella formola generale $p = \frac{u\,d\,u}{d\,s}$, sarà $p = \frac{\frac{m\,d\,s}{2} - s\,d\,s}{d\,s} = \frac{m}{2} - s$, equazione appartenente alla ſcala R I L delle preſſioni F I, L K ſugli ſpazj AF, A K.

Se è data l' equazione $p = c + \sqrt[4]{m\,s^3}$ per la ſcala A B delle preſſioni B F ſugli ſpazj A F, e ſi debba trovare l' equazione per la corriſpondente ſcala K G delle velocità H G, baſterà confrontare queſto valore di p con quello della formola generale $p = \frac{u\,d\,u}{d\,s}$, e s' avrà $\frac{u\,d\,u}{d\,s} = c + m^{\frac{1}{4}}\,s^{\frac{3}{4}}$, ed $u\,d\,u = c\,d\,s + m^{\frac{1}{4}}\,s^{\frac{3}{4}}\,d\,s$, e integrando avremo $\frac{u^2}{2} = c\,s + \frac{4\,m^{\frac{1}{4}}\,s^{\frac{7}{4}}}{7}$ per l'equazione della ſcala H G delle velocità, alla qual equazione non fa biſogno aggiungere coſtante alcuna, poichè il movimento principia in virtù della velocità coſtante c = A K = F G comuni-

FIGURA XIX

cata al Corpo; ma ſe la ſcala delle preſſioni paſſaſſe pel punto K, allora all' equazione integrata ſi dovrebbe aggiungere una coſtante, affinchè poteſſe principiare il movimento. In ſomma ſi dovrà applicare a queſte ſcale quanto è ſtato detto (§. 294) della ſcala delle preſſioni ſu i tempi, e della diſtinzione dei problemi diretti, e inverſi delle forze (§. 291).

299 Se s'integrerà la formola $p\,d\,s = u\,d\,u$ (§. 297) s'avrà $\int p\,d\,s = \frac{u^2}{2}$. Dal che ſi deduce queſto teorema generale.

Se un Corpo, eſſendo ſtimolato dalle preſſioni AR, FI, KL ſecondo qualunque legge additata dalla ſcala RIL, ſcorrerà gli ſpazj AF, AK, le velocità FG, KH corriſpondenti a queſti ſpazj ſcorſi ſaranno nella ragione ſuddupplicata delle ſuperſicie ARIF, ARLK, che contengono la ſomma delle preſſioni, in virtù delle quali il Corpo ha ſcorſo gli ſpazj ſuddetti. Queſto teorema è di grandiſſimo uſo nelle Meccaniche. FIGURA XVIII

300 Prima di passare avanti sarà opportuno di risolvere una difficoltà, che potrebbe nascere ai Principianti.

Dal §. 268 sino al 297. s' è dimostrato, che le velocità sono, come le aree esprimenti la somma delle pressioni; dal paragrafo antecedente poi si ricava, che le velocità sono nella ragione sudduplicata delle aree, che esprimono la somma delle pressioni; come può darsi adunque, che la velocità prodotta dall' istessa somma di pressioni sia proporzionale a questa somma, e alla sudduplicata della medesima somma?

Tal contraddizione non è, se non apparente, e nasce dal modo, con cui s' adopera la Geometria per esprimere il numero, e la somma delle pressioni. In quest' applicazione si suppone, che ciascheduna pressione A R, F I ec. abbia una larghezza infinitamente piccola espressa dalla fluente della direttrice A K. Ora questa fluente, come abbiamo detto altrove, è costante, quando si notano i tempi nella direttrice A K; ma quando nella direttrice suddetta si notano gli spazj, allora (Princ. di Mat. sub.) dee la fluente *d s* dei medesimi cresce-

re, o decreſcere ſecondo, che il movimento ſarà accelerato, o ritardato, dal che avviene, che dopo un tempo finito la ſuperficie generata, di cui ci ſerviamo per eſprimere il numero, e la ſomma delle preſſioni nel §. 299, è diverſa da quell' altra, in cui i tempi ſono notati nella direttrice.

Nel reſto l'accennata diverſità è in tal proporzione, che prendendo le velocità, come le aree nella ſcala delle preſſioni ſu i tempi, e prendendo le velocità come la ſudduplicata delle aree medeſime nella ſcala delle preſſioni ſugli ſpazj, ſi ha ſempre il medeſimo riſultamento: chiaro eſſendo da per ſe, che il medeſimo numero, e la medeſima ſomma di preſſioni, che agiſcono contro lo ſteſſo Corpo, debbono produrre la medeſima velocità.

301 Dopo aver data la maniera di riſolvere i problemi nel moto difforme, allorchè queſto è prodotto da ſole preſſioni, o dalle preſſioni combinate con qualche velocità coſtante, ch' è ſtata comunicata al Corpo, reſta a dare la norma da tenerſi nella riſoluzione degli altri problemi, ne' quali il moto diffor-

me è prodotto da due diverſe forze ſollecitatrici, le quali agiſcono nella medeſima direzione, e dalla medeſima banda, o in ſenſo oppoſto, ch' è la terza maniera, con cui ſi genera il moto difforme (§. 288). Per brevità conſidereremo il ſolo caſo, in cui gli ſpazj ſcorſi ſono notati nella direttrice; poichè da quanto ſi dirà, e per mezzo delle coſe inſegnate ſarà facile l' applicare la teoria ai caſi, nei quali i tempi ſono notati nella direttrice.

Sia A K la direttrice di due ſcale quali ſi ſieno di preſſioni B D E, R I L ſugli ſpazj A F, A K, che il Corpo ſcorre in virtù di queſte preſſioni. Se queſte preſſioni, che agiſcono nella medeſima direzione, agiranno ancora dalla medeſima banda, la velocità $= u$, che riſulterà, ſarà la ſteſſa, che ſi produce dalla ſomma delle preſſioni contenute nelle medeſime due ſcale (§. 276); onde avremo ſecondo il §. 299 nel punto F la velocità

FIGURA XX

$u. = \sqrt{ABDF + ARIF} = \sqrt{RBDI}$, nel punto K $u = \sqrt{ABDEK + ARIKL}$ $= \sqrt{RBEL}$.

Se le pressioni agiranno nella stessa direzione, ma in senso opposto, la velocità, che risulterà, sarà la stessa, che si produce dalla differenza delle pressioni delle due scale (§. 276); onde sarà (§. 299) nel punto F la velocità $u = \sqrt{ABDF - ARIF}$, e nel punto K sarà $u = \sqrt{ABDEK - ARIKL}$.

302 Si dee quì notare, che, quando le pressioni delle due scale agiscono dalla medesima banda, il movimento è sempre accelerato; poichè la somma delle pressioni, che lo produce, va sempre crescendo; ma se le pressioni delle due scale agiranno in senso contrario, due casi possono occorrere, cioè, che il movimento sia sempre accelerato, oppure che sia prima accelerato, e indi diventi ritardato sino a distruggersi, e talvolta anche, che il Corpo retroceda.

Per vedere facilmente questa cosa, si descrivano le due scale delle pressioni BDE, RIL dalla medesima banda della direttrice AK. Se avverrà, che le due scale non s'intersechino mai, siccome la somma delle pressioni ABDF — ARIF = RBDI, ABDEK — ARILK = RBDELI è sempre una FIGURA XXI

quantità positiva, che va crescendo, il movimento sarà sempre accelerato.

Ma se le due scale s' intersecheranno in un qualche punto G, tirata la
FIGURA XXII
pressione comune G H, sarà accelerato il movimento da A in H, poichè la somma delle pressioni R B D I, R B G va sempre crescendo; ma dal punto H verso K il movimento diventerà ritardato; poichè la somma delle pressioni R B G — G M N, R B G — G L E va decrescendo, e cesserà nel punto K il movimento, se ivi sarà R B G — G L E = o. Finalmente, se le due scale delle pressioni continueranno ancora verso Q, il Corpo, che prima scorreva da A verso K, retrocederà movendosi da K verso A, poichè la somma delle pressioni RBG — G z Q diverrà quantità negativa, vale a dire, che, se prima prevalevano le pressioni, che facevano scorrere il Corpo da A verso K, adesso prevalgono le altre, che agiscono in senso opposto, e il Corpo in vece d' avanzarsi da K in x scorrerà da K in y, e sarà K x = K y.

303 Volendo applicare la teoria del moto difforme alla pratica; convien premettere;

1.° Che le forze acceleratrici, le pressioni, le forze ritardatrici, e le resistenze, da qualsivoglia causa siano prodotte, sono tutte della medesima natura, e si possono esprimere con un peso (§. 254). Quindi è, che la forza degli elastri, che cacciano saette, e pietre, quella dell' aria imprigionata dentro la canna a vento, della polvere accesa dentro le armi da fuoco, dell'acqua, che, scorrendo nei canali, urta contro i ripari, corrode gli argini, e mette in movimento macchine, essendo tutte queste forze della natura delle pressioni, la loro efficacia si può pesare colla bilancia nell' istessa guisa, che pesiamo qualsivoglia Corpo.

2.° Che per determinare la velocità prodotta dalle pressioni convien esaminare, se queste siano della medesima specie di quelle della gravità terrestre. In questo caso non è necessario badare alla massa del Corpo sollecitato, poichè a ciascheduna particella elementare di materia corrisponde una pressione, che è la stessa in ciascheduna delle particelle medesime, e quindi ogni pressione essendo impiegata, dirò così,

a movere la ſua particella di materia; riſulta neceſſariamente ſempre la ſteſſa velocità, qualunque ſia la maſſa del Corpo. Un gran pezzo d' oro, e un po' di lanugine cadono con egual velocità nel voto. Di quì avviene, che cotali preſſioni ſi conſiderano come inerenti alla materia; ma ſe ſi tratta di preſſioni, che ſono affatto eſterne al Corpo, o non dipendono dal numero delle particelle elementari, che coſtituiſcono il Corpo, come ſono la forza elaſtica, la reſiſtenza, che l'Aria, l'Acqua ec. oppongono ai Corpi, che in queſte ſi movono, in ſimili caſi è neceſſario avere anche in conſiderazione la maſſa del Corpo, per poter determinare la velocità, che riſulta da tali preſſioni.

Se ſopra una tavola ben liſcia, e orizzontale ſi fiſſi l'eſtremità d'una molla, e dopo averla teſa s' applichi un Corpo sferico avanti l' altra eſtremità, e ſi rilaſci la molla, queſta nel diſtenderſi accompagnerà colle ſue preſſioni la sfera per un certo tratto, e le comunicherà ſempre del movimento (§.251, 255); ma la velocità, che avrà la sfera, dopo che la molla ceſſerà di ſpin-

gerla, ſarà minore a miſura, che la maſſa della sfera ſarà maggiore.

Conſimili effetti ſi manifeſteranno ancora, ſe la molla ſpingerà la sfera da baiſo in alto.

Se il pezzo d'oro, e la lanugine ſi laſceranno caſcare nell' aria aperta dalla medeſima altezza, quantunque le preſſioni della gravità comunichino la ſteſſa velocità ai due Corpi, nulladimeno la reſiſtenza dell'Aria, riuſcendo più efficace contro la lanugine, ſarà cagione, che queſta termini di cadere aſſai più tardi del pezzo d'oro.

304 Per eſprimere in peſo le preſſioni d'un elaſtro, o d'una molla, ſi farà, come ſegue, o in altra equivalente maniera.

Appoggiata un'eſtremità C della molla C B D contro un oſtacolo ſaldo, ſi tenghi queſta in poſitura tale, che le due eſtremità C, D paſſino ſempre per la linea a piombo C D; indi s'aggravi ſucceſſivamente l'eſtremità D con diverſi peſi, queſta paſſerà per li punti N, O, Q, R ec., che conviene notare inſieme ai peſi corriſpondenti. Si tiri indi la direttrice A K, in cui ſi taglino le FIGURA XXIII

parti AE = RQ, AF = RO, AG = RN, AK = RD, queste distanze denoteranno gli spazj scorsi dall'estremità D della molla. Dai punti A, E, F, G, K si tirino delle perpendicolari alla direttrice, e si riducano tutti i pesi, che hanno contratta la molla, in altrettanti Corpi cilindrici, i quali abbiano la base del diametro della sfera, che si vuole fare spingere dalla molla, e siano questi cilindri della stessa materia della sfera, se si farà AH uguale all'altezza di quel cilindro, che col suo peso ha contratta la molla sino in R, EL uguale all' altezza di quel cilindro, che col suo peso ha contratta la molla sino in Q, FI uguale all' altezza del cilindro, che ha ridotta la molla in O, GM uguale all' altezza di quel cilindro, che ha contratta la molla in N, e si tirerà una linea per li punti H, L, I, M, K, questa sarà la scala ricercata delle pressioni sugli spazj AE, AF ec., per li quali la molla spingerà la sfera.

305 Descritta la scala delle pressioni sugli spazj, è necessario, per trovare la velocità, che la molla è capace di comunicare alla sfera, che si vuol fare

ſpingere, che ſi confronti la velocità prodotta dalla gravità con quella, che può produrre l' elaſticità della molla. A queſto fine la sfera, che ſi vuol fare ſpingere, ſi ſupponga pure trasformata in un cilindro della medeſima baſe degli altri, e ſi noti l'altezza di queſto cilindro da A in x, e tirata $x z$ paralella alla direttrice A K, ſarà $x z$ la ſcala delle preſſioni coſtanti della gravità ſugli ſpazj ſcorſi A E, A F ec.

Avremo pertanto (§. 299.), che la velocità prodotta dalla ſomma delle preſſioni A $x z$ K della gravità ſtà alla velocità prodotta dalla ſomma delle preſſioni AHLIMK della molla, come $\sqrt{AK \times Ax}$ ſtà a $\sqrt{AHLIMK}$; ma la velocità, che la gravità comunica alla sfera, cadendo dall'altezza AK, s'eſprime per $\sqrt{38S} = \sqrt{38AK}$ (§. 283), adunque ſarà $\sqrt{AK \times Ax} : \sqrt{AHLIMK}$

$$= \sqrt{38AK} : \frac{\sqrt{38AK} \times \sqrt{AHLIMK}}{\sqrt{AK \times Ax}}$$

$= \frac{\sqrt{38AHLIMK}}{\sqrt{Ax}}$, velocità, che avrà la sfera nel punto K, eſſendo ſpinta dalla molla ſuddetta.

Tutte le ſuperficie ſuddette s'eſprimeranno in piedi, affinchè ſi abbia pure la velocità in piedi. Per eſempio ſia AH = 24 piedi, AK = 3 piedi, Ax = 2 piedi, e ſia HLIMK una parabola Apoloniana col vertice K, e coll' aſſe KA, ſarà la ſuperficie AHLIMK = 48 piedi; onde ſoſtituendo i numeri nell' eſpreſſione ſuddetta della velocità, avremo

$$\frac{\sqrt{38 AHLIMK}}{\sqrt{Ax}} = \frac{\sqrt{38 \times 48}}{\sqrt{2}} = 30 \frac{1}{5}$$

piedi in circa per la velocità della sfera nel punto K comunicatale dalla molla.

306 Nella data ſoluzione (§. 305) ſi è ſuppoſto, che la sfera ſpinta dalla molla s' appoggi, e ſcorra ſopra un piano orizzontale AK, il quale conſeguentemente ſoſtiene tutto il peſo della sfera; ma ſe la molla ſpingerà la sfera in una direzione a piombo d' alto in baſſo, allora la velocità della sfera ſarà prodotta dalle preſſioni della molla, e da quelle della gravità (§. 276); onde ſi dovrà inſtituire l' analogia, come ſegue.

$\sqrt{AK \times Ax} : \sqrt{AHLIMK + AKzx}$
$= \sqrt{38 AK} :$

$$\frac{\sqrt{38 AK} \times \sqrt{AHLIMK + AKzx}}{\sqrt{AK \times Ax}} =$$

$\frac{\sqrt{38 AHLIMK + 38 AKzx}}{\sqrt{Ax}}$ la velocità, che avrà la sfera nel punto K dopo avere ſcorſo lo ſpazio A K d'alto in baſſo in virtù delle due mentovate forze (§. 301).

Che ſe la molla ſpingerà la sfera pure nella direzione a piombo, ma da baſſo in alto, allora opponendoſi di continuo le preſſioni della gravità a quelle della molla, l'eſpreſſione della velocità nel punto K ſarà (§. 301)

$$\frac{\sqrt{38 AHLIMK - 38 AKzx}}{\sqrt{Ax}}.$$

In queſto caſo la velocità del punto K non ſarà già la maſſima, ma queſta corriſponderà allo ſpazio A G, ove ſi ſuppone la preſſione G M = A x = G y (§. 302). Per avere adunque la velocità maſſima s'iſtituirà l'analogia

$$\sqrt{AG \times Ax} : \sqrt{AHLIMG - AGyx} = \sqrt{38AG} : \frac{\sqrt{38AG} \times \sqrt{AHLIMG - AGyx}}{\sqrt{AG \times Ax}} = \frac{\sqrt{38AHLIMG - 38AGyx}}{\sqrt{Ax}}$$

velocità ricercata.

Gli addotti esempj daranno un sufficiente indirizzo per risolvere tutti i problemi di questa specie, come sono quelli, in cui si cerca la velocità delle saette scoccate dall' arco, delle pietre cacciate dalla catapulta ec.

CAPO QUINTO

Del Moto composto.

307 Ne' due capi precedenti si è osservato una specie di moto composto, il quale, per essere prodotto da due forze, che agiscono nella medesima direzione, si può considerare come semplice.

La teoria del moto composto, di cui trattiamo adesso, ha per oggetto quei movimenti prodotti da due, o più forze, che agiscono in direzioni fra loro obblique. Se una forza F agisce contro il Corpo A nella direzione B A, e nel medesimo tempo un' altra forza G agisce contro lo stesso Corpo nella direzione C A, che coll' altra B A forma l' angolo B A C, il movimento, che ne risulta, si chiama *Composto*, e l' angolo B A C si chiama *l' Angolo delle direzioni*. FIGURA XXIV

308 La teoria del moto composto si riduce tutta ai due seguenti problemi.

1.° Date le direzioni, le velocità, e gli spazj scorsi in due movimenti semplici trovare la direzione, la velocità, e lo spazio scorso nel moto composto.

2.°. Data la direzione, la velocità, e lo spazio scorso nel moto composto determinare queste cose in ciascheduno dei moti semplici.

Il primo problema si chiama la *Composizione del movimento*, e il secondo la *Risoluzione del movimento*.

309 Si è veduto (§. 276), che, se un Corpo A è spinto nel tempo stesso

da due forze F, G nella medesima direzione, una delle quali possa fargli scorrere lo spazio $= m$ nel tempo $= t$, e l'altra forza possa fargli scorrere nel medesimo tempo lo spazio $= n$, lo spazio scorso da questo Corpo sarà $m \pm n$, secondochè queste forze agiranno dalla medesima banda, o in senso opposto.

Si consideri ora, che le due forze agiscano nelle direzioni B A, C A da B verso A, e da C verso A, le quali formano l'angolo B A C; in questo caso avrà luogo il moto composto definito (§. 307), e il Corpo per obbedire alle due forze dovrà moversi in una direzione diversa dalle divisate, e scorrere uno spazio, che sarà minore di $m + n$, e maggiore di $m - n$.

Per cominciare dalle cose più facili, esamineremo in primo luogo il moto composto uniforme, e indi passeremo al composto difforme.

FIGURA XXV 310 Se nel moto equabile una forza F, spingendo il Corpo A nella direzione B A, può fargli scorrere lo spazio A L nel tempo t, e che un' altra forza G, spingendo lo stesso Corpo A nella direzione C A, può fargli scorrere lo

ſpazio A H pure nel tempo t, il Corpo, obbedendo a queſte due forze, le quali ſi ſuppone, che agiſcono nello ſteſſo tempo, ſcorrerà nel tempo t lo ſpazio A K, che è la diagonale del paralellogrammo A H K L deſcritto nel dato angolo H A L delle direzioni, e coi lati A H, A L, e queſta diagonale darà anche la direzione del moto compoſto.

Per provarlo, dopo avere diviſo uno degli ſpazj A H in quel numero di parti uguali, che più piace A E, E I, I H, ſi divida l' altro ſpazio A L in altrettante parti uguali A M, M N, N L, e compiti i paralellogrammi A E O M, A I Q N ſi rifletta in primo luogo, che, eſſendo per coſtruzione A E : E O = A I : I Q = A H : H K, ed eſſendo paralelle fra loro le rette E O, I Q, H K, ſarà A O Q K una linea retta, che ſervirà di diagonale ai detti paralellogrammi. In ſecondo luogo ſi rifletta, che, quando il Corpo avrà ſcorſo lo ſpazio A E in virtù della forza G, dovrà aver ſcorſo lo ſpazio A M = E O in virtù della forza F, e che per obbedire nel tempo ſteſſo a queſte due for-

ze, il Corpo non potrà trovarsi in verun altro luogo, fuorchè nel sito O; che, quando il Corpo avrà scorso lo spazio A I in virtù della forza G, dovrà in virtù della forza F avere scorso lo spazio A N = I Q, e che obbedendo alle due forze contemporanee il Corpo non potrà trovarsi in sito diverso da Q. Lo stesso dicasi del punto K, e di qualsivoglia altro punto preso nella diagonale A K. Per tanto ec.

Se poi si farà $AE = \frac{AH}{t} = u$, $AM = \frac{AL}{t} = V$ (§. 247), e si compirà il paralellogrammo A M O E, questo sarà il paralellogrammo delle velocità, la cui diagonale A O esprimerà la velocità, e la direzione del moto composto.

Finalmente, se la retta B A esprimerà la direzione, e la quantità della forza F, e la retta C A esprimerà la direzione, e la quantità della forza G; compito il paralellogrammo A B D C, questo sarà il paralellogrammo delle forze, la cui diagonale A D esprimerà la direzione, e la quantità della forza com-

posta, in virtù della quale il Corpo A scorre lo spazio A K nel tempo $= t$ (§. 158, 160).

311 Dalle date costruzioni (§. 160, 310) si comprende

1.° Che, quando l' angolo B A C delle direzioni delle forze diventa minore, crescono le diagonali dei parallellogrammi; di modo che, se le direzioni delle forze coincideranno l' una sopra l'altra, vale a dire, che, se le due forze avranno la stessa direzione, e agiranno dalla medesima banda, allora la forza composta A D sarà uguale alla somma B A + C A d' esse forze, la velocità composta A O sarà uguale alla somma A M + M O delle velocità semplici, e lo spazio scorso A K uguaglierà la somma A L + A H degli spazj scorsi (§. 276).

2.° Che, quando cresce l' angolo B A C, si sminuiscono le diagonali, dimodochè, se B A cada sopra A H, vale a dire, che le due forze agiscano nella medesima direzione C A H, ma in senso opposto, allora le tre diagonali A D, A O, A K diverranno uguali alla differenza de' due lati de' rispettivi pa-

ralellogrammi; onde, se i due lati saranno uguali, le differenze suddette diventeranno zero, cioè più non vi sarà nè velocità, nè spazio scorso (§. 276).

312 Se le forze B, C, D, F, imprimendo movimento al Corpo A, ciaschedun a fa, che il medesimo scorra separatamente con moto equabile nel tempo $= t$ gli spazj AE, AG, AH, AK, i quali esprimono anche la direzione di ciaschedun movimento, e si debba trovare la direzione, e lo spazio scorso con moto composto dal Corpo nel tempo suddetto $= t$, basterà scegliere due spazj, quali si sieno, AE, AG, e nel dato angolo EAG compiere il paralellogrammo AEIG, la sua diagonale AI esprimerà la direzione, e lo spazio scorso con moto composto delle due forze B, C. Sulla diagonale AI, e sullo spazio AH nell'angolo IAH si descriverà il paralellogrammo AILH, la sua diagonale AL esprimerà la direzione, e lo spazio scorso con moto composto delle tre forze B, C, D. Finalmente descritto nell'angolo LAK il paralellogrammo ALMK sulla diagonale AL, e sullo spazio scorso AK, la diagonale

FIGURA XXVI

A M di queſto paralellogrammo eſprimerà la direzione, e lo ſpazio ſcorſo dal Corpo A nel tempo *t* in virtù delle quattro forze B, C, D, F.

Nell'iſteſſa guiſa ſi dovrà procedere per qualſivoglia dato numero di movimenti ſemplici.

La medeſima regola ſerve anche per trovare la forza compoſta di molte forze ſemplici, come già è ſtato inſegnato nella Statica.

313 Poichè il movimento compoſto uniforme rettilineo è eſpreſſo dalla diagonale d'un paralellogrammo, i cui lati eſprimono i due movimenti ſemplici, che lo compongono, ne conſegue, che qualſivoglia movimento ſemplice rettilineo ſi può ſupporre compoſto di due, o più movimenti ſemplici. Se lo ſpazio A B ſcorſo in virtù d'una ſola forza ſi vorrà ſupporre deſcritto in virtù di due forze, una delle quali è capace di far ſcorrere al Corpo lo ſpazio $= m$, e l'altra lo ſpazio $= n$, baſterà ſulla data A B, e colle due rette $m =$ A C, $n =$ B C deſcrivere il triangolo A B C, e compito il paralellogrammo A D B C, ſaranno A C, A D le direzioni, e gli FIGURA XXVII

ſpazj ſcorſi in virtù delle forze ſemplici, che danno il moto compoſto A B. Se lo ſteſſo ſpazio AB ſi vorrà ſupporre deſcritto con moto compoſto da tre forze, una delle quali ſia capace a fare ſcorrere al Corpo lo ſpazio $= m$, l' altra lo ſpazio $= n$, e la terza lo ſpazio $= p$.

Preſa A B per diagonale, deſcrivaſi intorno ad eſſa il paralellogrammo ACBD in modo, che un ſuo lato A D eſſendo uguale allo ſpazio m, l' altro lato A C ſia minore di $n + p$. Indi ſul lato A C preſo per diagonale deſcrivaſi il paralellogrammo A E C F, dimodochè ſia AF $= n$, AE $= p$, le rette A E, A F, A D daranno le direzioni, e gli ſpazj ſemplici capaci a produrre con moto compoſto lo ſpazio ſcorſo A B in queſta direzione.

Ciò, che ſi è detto degli ſpazj ſcorſi, ſi dovrà applicare alle forze, e alle velocità.

La ſoſtituzione di diverſi movimenti ſemplici a un ſolo è ciò, che abbiamo denominato la riſoluzione del movimento (§. 308).

314 La teoria ſpiegata intorno alla composizione, e riſoluzione del moto uniforme rettilineo ſi dee anche applicare al moto difforme rettilineo, purchè la legge di difformità nei movimenti ſemplici ſia la medeſima.

Se una forza, ſollecitando continuamente il Corpo A, lo farà movere in linea retta da A in D in modo, che il Corpo ſcorra difformemente nel primo tempo $= t$ lo ſpazio AB, nel ſecondo tempo lo ſpazio BC, nel terzo tempo lo ſpazio CD ec., e un' altra forza, ſollecitando lo ſteſſo Corpo da A verſo H, li farà ſcorrere nel primo tempo $= t$ lo ſpazio rettilineo AF, nel ſecondo tempo lo ſpazio FG, nel terzo tempo lo ſpazio GH, e ſia $AB : AF = BC : FG = CD : GH$, ſe ſi deſcriveranno nell' angolo DAH i parallelogrammi ABLF, ACKG, ADMH, la linea ALKM ſarà una retta, la quale darà la direzione, e lo ſpazio ſcorſo difformemente dal mobile con moto compoſto, e ſecondo la legge dei due diviſati ſemplici. FIGURA XXVIII

Poichè ſi ha per ipoteſi A B : B L = A C : C K = A D : D M, e le B L, C K, D M ſono paralelle alla A H, la linea A L K M ſarà per neceſſità retta, e le parti A L, L K, K M ſaranno pure nelle proporzioni di A B : B C : C D.

E ſiccome nella ſola retta A M ſi veggono adempiute le condizioni dei due movimenti ſemplici comunicati nel tempo ſteſſo al Corpo A, così la diagonale A M del paralellogrammo A D M H eſprimerà la direzione, e lo ſpazio rettilineo ſcorſo con moto compoſto difforme ſecondo la legge dei due ſemplici. Pertanto ec.

315 Per avere poi la velocità compoſta del movimento difforme A M proveniente dai due ſemplici A D, A H, conviene prima trovare l' equazione per la ſcala degli ſpazj ſcorſi ſu i tempi nel moto difforme A D, e ſia per eſempio $S = t^p$: da queſt' equazione ſi ricavi colle regole date nei capi precedenti la ſcala delle velocità corriſpondenti $u = pt^{p-1} = \frac{pS}{t}$. Si trovi pure l'equazione per la ſcala degli ſpazj ſcorſi ſu i medeſimi tempi nel movimento A H, e ſia

FIGURA XXIX

e ſia $q = n t^p$, eſprimendo q gli ſpazj ſcorſi A G, A H ec. Da queſt' equazione ſi ricavi quella delle velocità V $= p n t^{p-1} = \frac{pq}{t}$. Ciò poſto, ſe nel moto compoſto A M ſi vorrà trovare la velocità nel punto M, baſterà nell'equazione $V = \frac{pq}{t}$ ſoſtituire A H in vece di q, e notare queſto valore $\frac{p \times AH}{t}$ da M in I, e ſoſtituendo indi il valore A D in vece di S nella formola $u = \frac{pS}{t} = \frac{S \times AD}{t}$, ſi farà ME $= \frac{S \times AD}{t}$, e compiendo il paralellogrammo M I R E nel dato angolo D M H, la ſua diagonale R M darà la direzione, e la velocità compoſta del moto difforme A M nel punto M.

Se ſi voleſſe trovare la velocità del punto K, converrebbe nelle due formole ſoſtituire A G in vece di q, A C in vece di S, e operare come ſopra.

Si dee notare, che, eſſendo nel caſo preſente R M data di poſizione, e R I paralella all' E M, dopo avere tro-

vato il valore di M I, basterà dal punto I tirare la paralella I R, la quale determinerà il valore di R M, e di M E.

316 La regola data (§. 313) per risolvere in due semplici il moto rettilineo uniforme considerato come composto serve ancora per la risoluzione di qualsisia movimento rettilineo difforme. Per farne vedere l' applicazione al movimento uniformemente accelerato prodotto dalla gravità suppongasi, che un Corpo sferico sia situato sopra un piano orizzontale; siccome questo piano sostiene tutta l' azione della gravità, così il Corpo starà in perfetta quiete; ma se il Corpo sferico sarà situato sopra il piano D B inclinato all' orizzonte CB, allora, siccome il piano sostiene solamente una parte del peso del Corpo, la quale è minore a misura, che l' angolo D B C è maggiore, allora, dissi, il Corpo rotolerà tanto più velocemente, quanto maggiore sarà esso angolo, e quando quest' angolo sarà retto, allora il Corpo cadrà colla velocità massima, che gli possa comunicare la gravità; poichè in questa circostanza il piano D B più non sostiene parte alcuna del peso del Corpo.

FIGURA XXX

Per determinare quale ſia la parte della gravità, che fa rotolare il Corpo sferico ſul piano D B inclinato all'orizzonte C B per l' angolo D B C; dal centro G della sfera ſi tiri la linea a piombo G K E, ſarà G K la direzione, in cui agiſce la gravità, e ne eſprimerà anche la preſſione totale $= p$. Si diſcomponga queſta forza totale GK in due, cioè colla G H perpendicolare al piano D B, l' altra H K eſprimerà la porzione della gravità, che fa rotolare il Corpo nella direzione H K. Si rifletta ora, che ſono ſimili per coſtruzione i triangoli rettangoli K B E, K G H; adunque ſarà K B : K E = G K : KH, cioè il ſeno totale ſtà al ſeno retto $= m$ dell' angolo K B E, come la preſſione totale p della gravità ſtà alla preſſione H K $= \frac{mp}{ſen.tot.}$, che fa rotolare il Corpo ſul piano inclinato. Ma dal §. 283 ſi ha $p = 19$ piedi, adunque ſarà $\frac{mp}{ſen.\ tot.} = \frac{19\,m}{ſen.\ tot.}$.

317 La preſſione $\frac{19\,m}{ſen.tot.}$, che ſollecita il Corpo a rotolare ſul piano incli-

nato, essendo una quantità costante in ciascun caso particolare, è chiaro, che produrrà il movimento uniformemente accelerato (§. 275).

Per trovare poi in questo movimento lo spazio scorso, il tempo, e la velocità, basterà nella prima, seconda, e terza formola del §. 282 sostituire $\frac{19\,m}{sen.\ tot.}$ in vece di p, e s'avrà

$$1.^a \quad u = \frac{19\,m\,t}{sen.\ tot.}$$

$$2.^a \quad S = \frac{19\,m\,t^2}{2\ sen.\ tot.}$$

$$3.^a \quad S = \frac{u^2 \times sen.\ tot.}{38\,m}$$

Per esemplificare suppongasi, che l'angolo DBC formato dall'orizzontale BC col piano inclinato BD sia di gradi 30, sarà $\frac{m}{sen.\ tot.} = \frac{1}{2}$, e supposto, che il Corpo nello scorrere lo spazio HB abbia impiegato dieci minuti secondi, sostituendo questi numeri nella prima, e seconda formola, s'avrà $u = \frac{19\,m\,t}{sen.\ tot.} = 19 \times \frac{1}{2} \times 10 = 95$ piedi per la velocità del Corpo nel punto B, S

$= \frac{19\,m\,t^2}{2\,sen.\,tot.} = 19 \times \frac{1}{4} \times 100 = 475$ piedi per lo ſpazio ſcorſo H B in detto tempo. Finalmente ſe foſſe dato lo ſpazio ſcorſo H B di piedi 171, e ſi doveſſe trovare il tempo impiegato, e la velocità, baſterà ſoſtituire i dati valori $S = 171$, $\frac{m}{sen.\,tot.} = \frac{1}{2}$ nella prima, e terza formola, e s' avrà $u = 57$, $t = 6$.

318 Ricavandoſi dalla terza formola dell' antecedente paragrafo $u = \frac{\sqrt{38\,m\,S}}{\sqrt{sen.tot.}}$, ſe ſi prenderà il ſeno totale H B dell' angolo D B C uguale allo ſpazio ſcorſo S, ſarà il ſeno retto m uguale all'altezza H C, e però nell' eſpreſſione $u = \frac{\sqrt{38\,m\,S}}{\sqrt{sen.tot.}}$, ſcancellando ſotto, e ſopra le due quantità uguali, s'avrà $u = \sqrt{38\,m}$, cioè la velocità del Corpo nel punto B, dopo che ha ſcorſo il piano inclinato H B, è uguale alla velocità, che acquiſterebbe cadendo dall' altezza verticale H C (§. 283). Per la qual coſa, ſe dal

FIGURA XXXI

punto H si tiri H F paralella alla B C, e s' abbiano quanti piani si voglia F B, A B diversamente inclinati, la velocità, che avrà il Corpo nel punto B, dopo avere scorsi gli spazj A B, H B, F B, sarà sempre la stessa, e uguale $\sqrt{38\, HC}$.

319 Dalla dimostrata proposizione consegue, che, se un Corpo scorre successivamente in virtù della gravità molti piani A B, B C, C D ec. diversamente inclinati all' orizzonte A H, la sua velocità in D sarà pure uguale a quella, che acquisterebbe cadendo dalla verticale H D: imperciocchè, prolungati i piani C B sino in F, D C sino in G; la velocità del Corpo, dopo avere scorso il piano A B, sarà uguale a quella, che avrebbe dopo avere scorso il piano F B, ch' è parte del F C; adunque, giunto che sarà il Corpo in C, avrà la medesima velocità, che avrebbe acquistata dopo avere scorso il piano F C; e perchè questa velocità è uguale a quella, che acquisterebbe il Corpo scorrendo il piano G C, ch' è parte del piano G D, così giunto il Corpo in D, dopo aver scorsi i piani A B, B C, C D, avrà una velocità uguale a quella, che

FIGURA XXXII

acquiſterebbe ſcorrendo il piano GD, velocità, che s' eſprime per $\sqrt{38\,HD}$ Pertanto ec.

Poichè le curve ſi poſſono conſiderare come poligoni d' infiniti lati, i quali rappreſentano tanti piani diverſamente inclinati, ne conſegue, che, ſe un Corpo M diſcenderà lungo qualunque curva MN, la velocità di queſto Corpo in qualſivoglia punto N ſarà uguale a quella, che il medeſimo acquiſterebbe cadendo dalla verticale MP, determinata queſta altezza dall'orizzontale NP tirata dal punto N.

320 Se due movimenti ſemplici rettilinei, uno de' quali ſia uniforme, e l' altro ſia difforme, o pure, che ſiano ambidue difformi, ma ſecondo una legge diverſa, producono un moto compoſto, queſto ſarà ſempre difforme, e curvilineo.

Suppongaſi, che il Corpo A, movendoſi nella direzione AD in virtù d' una forza, ſcorra in ciaſchedun tempo $= t$ gli ſpazj AB, BI, ID fra loro uguali, o diſuguali ſecondo qualche legge, e che lo ſteſſo Corpo, movendoſi in virtù d' un' altra forza nella di- FIGURA XXXIII

rezione A G, ſcorra in ciaſcun tempo $= t$ gli ſpazj A E, E F, F G, i quali conſervano fra loro una legge diverſa dagli A B, B I, I D; il Corpo obbedendo a queſte due forze ſcorrerà con moto compoſto lo ſpazio curvilineo A H K L, il quale paſſa per gli angoli H, K, L dei paralellogrammi A B H E, A I K F, A D L G. Per dimoſtrarlo baſta riflettere, che le condizioni dei due movimenti ſemplici ſi trovano adempiute ſolamente negl' angoli ſuddetti; onde il Corpo ſtimolato nel tempo ſteſſo dalle due forze non può paſſare altrove. Si rifletta in oltre, che, eſſendo le proporzioni A B : A I : A D diverſe per ipoteſi dalle altre B H : I K : D L, dee neceſſariamente la linea A H K L eſſere curva. Pertanto ec.

Da queſto ſi deduce, che, ſe le due equazioni appartenenti alle ſcale degli ſpazj ſu i medeſimi tempi di ciaſchedun moto ſemplice ſi ridurranno in una ſola equazione, facendo ſparire il tempo, queſta equazione eſprimerà la curva A H K L deſcritta con moto compoſto; e all' oppoſito, ſe ſarà data l' equazione alla curva, e un' equazione appar-

tenente a uno dei moti ſemplici, col ſoſtituire nell' equazione della curva in vece dello ſpazio ſcorſo il ſuo valore dato pel tempo, s'avrà l' equazione per l' altro moto ſemplice.

321 Per avere poi la velocità nel moto compoſto curvilineo ſi rifletta, che, eſſendoſi dimoſtrato (§. 270), che in un tempo infinitamente piccolo l' arco di qualunque curva corriſpondente a tal tempo ſi può conſiderare come una retta, e che ſi può qualſivoglia movimento curvilineo conſiderare in detto iſtante come rettilineo, ne conſegue, che, quanto è ſtato detto della compoſizione, e riſoluzione dei movimenti rettilinei uniformi, e difformi, ſi potrà applicare ai movimenti difformi curvilinei. Pertanto, ſe ſono dati i movimenti ſemplici AD, AG coll' angolo DAG delle direzioni, e ſi voglia trovare la velocità compoſta in qualſivoglia punto L della curva AHKL, baſterà trovare la velocità del moto ſemplice AG (§. 315), e notarla da L in M, e trovata di poi la velocità del moto ſemplice AD ſi noterà da M in N paralellamente alla AD, e tirata la retta NL, queſta ſarà

la velocità composta, e la direzione nel punto L del movimento AHKL (§.315).

In altra maniera ancora si potrà trovare la velocità composta: se dopo avere notato il punto M nel modo accennato si tirerà indefinitamente MN paralella all' AD, e indi si troverà la tangente LN alla curva nel punto L, l' intersecazione delle due rette LN, MN darà la velocità composta LN, e la direzione ricercata.

322 Applichiamo le regole date (§.320, 321) a qualche caso particolare. Suppongasi, che il Corpo A sia spinto da A verso D con moto equabile, e che la scala di questi spazj $= q$ su i tempi $= t$ sia espressa dall' equazione $q = ct$, e che lo stesso Corpo sia anche sollecitato a moversi da A verso G con moto uniformemente accelerato espresso dall' equazione $S = pt^2$ degli spazj $= S$ su i tempi $= t$, e si voglia avere l' equazione appartenente allo spazio ANL scorso con moto composto, basterà in quest' ultima equazione in vece di t sostituire il suo valore uguale $\frac{q}{c}$ ricavato dalla prima, e s' avrà $S = \frac{pq^2}{c^2}$ per

FIGURA XXXIV

l' equazione ricercata (§. 320), la quale, come si scorge, appartiene alla parabola Apoloniana del parametro $\frac{c^2}{p}$ da descriversi sulla direttrice AG, che li serve di diametro, o di asse, secondo che la retta AD sarà inclinata, o rettangola coll'AG. Se poi si descriverà la parabola AR nell'angolo KAG, s' avrà la curva, che sarebbe scorsa con moto composto dal Corpo A, se questo fosse spinto nel moto uniforme da A verso K.

Per avere la velocità composta, e la direzione in qualsivoglia punto L della parabola, dopo avere compito il paralellogrammo ADLG si trovi la velocità $= c$ per mezzo dell' equazione $q = ct$, e si noti da L in H questo valore di c: dall' equazione $S = pt^2$ si ricavi pure il valore della velocità corrispondente $= 2pt$, e si noti questo da L in F, e si compisca il parallellogrammo LFEH, la sua diagonale EL sarà la direzione, e la velocità composta ricercata, che si compete al punto L della curva ANL (§. 321).

Supponghasi, che il Corpo A si mova nella direzione AD con moto ritar-

dato rettilineo eſpreſſo dall' equazione $q = ct - t^2$, in cui q addita lo ſpazio ſcorſo, t il tempo, c una coſtante, e ſi mova nel tempo ſteſſo queſto Corpo nella direzione A G con moto accelerato rettilineo eſpreſſo dall' equazione $S = t^3$, in cui S addita lo ſpazio ſcorſo, t il tempo, ſarà $\sqrt[3]{S} = t$, e ſoſtituito nella prima equazione queſto valore di t, ſarà $q = c\sqrt[3]{S} - \sqrt[3]{S^2}$, equazione, che eſprime la natura della curva A N L ſcorſa dal Corpo con moto compoſto (§. 320).

Per avere la velocità compoſta nel punto L, dopo avere deſcritto il parallellogrammo A D L G, ſi trovi per mezzo dell' equazione $q = 2ct - t^2$ la ſua velocità corriſpondente $2c - 2t = u$ (§. 292), e ſi noti queſto valore da L in H, e ritrovato pure per mezzo dell' equazione $S = t^3$ il valore $3t^2$ della velocità corriſpondente ſi noti da L in F, e compito il paralellogrammo L F E H, la ſua diagonale E L ſarà la direzione, e la velocità compoſta nel punto L della curva A N L.

323 Nel moto composto curvilineo, di cui abbiamo parlato finora, la direzione delle forze semplici è sempre la stessa; onde la curva, ch' esprime lo spazio scorso con moto composto, ha sempre le sue ordinate paralelle; ma se le direzioni delle forze semplici si mutano in ciaschedun istante, la curva, che sarà descritta dal Corpo con moto composto, avrà le sue ordinate obblique.

Suppongasi, che un Corpo sia slanciato nella direzione AB con tale velocità, che nel tempo $= t$ possa scorrere lo spazio AB, e che nel tempo stesso questo Corpo sia sollecitato a moversi verso un punto fisso K da pressioni tali, che nel tempo t li facciano scorrere lo spazio BE, il Corpo obbedendo a queste due forze contemporanee scorrerà la diagonale AE d' un paralellogrammo fatto nell' angolo ABE colle due rette date AB, BE (§. 310, 314). La diagonale AE esprimerà adunque la direzione, che ha il Corpo nel punto E moventesi con moto composto: ora, se la detta diagonale si prolungherà verso D, e il Corpo in virtù della forza, con cui FIGURA XXXV

è ſtato slanciato, potrà ſcorrere lo ſpazio E D, e lo ſpazio D L in virtù delle preſſioni dirette verſo K, il Corpo ſcorrerà la diagonale E L, la quale prolungata verſo I, ſe L I eſprimerà lo ſpazio, che la forza primiera può far ſcorrere al Corpo, e G I lo ſpazio, che le preſſioni ſuddette poſſono nel tempo ſteſſo far ſcorrere allo ſteſſo Corpo, queſto deſcriverà la diagonale L G, e così di ſeguito. Ora, ſe ſi ſupporranno queſte diagonali infinitamente piccole, lo ſpazio ſcorſo A E L G con moto compoſto ſarà una curva, di cui il punto K ſarà il centro, l'ombelico, o il polo, e la natura di queſta curva dipenderà dalla legge, con cui agiranno le due forze ſemplici.

Se la legge delle duė forze ſemplici ſarà tale, che, tirate le rette AK, E K, L K, G K, le aree A K E, E K L, L K G compreſe dagl' archi A E, E L, L G, e dalle dette rette ſiano proporzionali ai tempi, nei quali gli archi ſono deſcritti, la curva A E L G ſcorſa dal Corpo ſarà un cerchio, o un elliſſe, in cui il punto K è un ombelico. Pertanto, ſe B E indicaſſe la forza, con cui

il Sole attrae un Pianeta primario, e AB indicasse la forza, e la direzione, in cui il Pianeta è stato slanciato, se la combinazione di queste due forze sarà tale, che le aree AKE, EKL, LKG siano proporzionali ai tempi, ne' quali il Pianeta descrive le corrispondenti porzioni AE, EL, LG della sua orbita, si fa chiaro, che tal Pianeta dovrà moversi continuamente in un cerchio, o in un'ellisse senza pericolo, ch' ei cada verso il centro K, o che se ne allontani, finchè la combinazione delle due forze non verrà alterata da una terza forza estranea, come sarebbe il passare vicino a un altro gran Corpo, che colla sua attrazione intorbidasse la divisata legge.

324 La forza AB si chiama *Forza Centrifuga*, poichè colla sua direzione tangente alla curva tende di continuo ad allontanarsi dal centro K, e a sfuggire per la tangente. La forza BE si chiama *Forza Centripeta*, poichè trae il Corpo verso il centro K, e le due forze insieme combinate si dicono *Forze Centrali*.

Nella gravità terreſtre noi abbiamo continuamente una prova della forza centripeta; la trottola, che i ragazzi per mezzo d' una funicella fanno girare, ci dà un fenomeno della forza centrifuga, poichè ſtà ritta la trottola, finchè la forza centrifuga comunicatale è quaſi affatto diſtrutta dallo sfregamento, che il ſuo ferro incontra ſul ſuolo.

Se una ſecchia piena d' acqua s'appicca a una corda, e dopo avere bene attortigliata la corda ſi laſcia la ſecchia in libertà, queſta comincia toſto a girare, e in virtù della forza centrifuga l' acqua s' abbaſſa nel mezzo, e s'innalza verſo le pareti del vaſo, ſpargendoſi con impeto tutto d' intorno. Finalmente noi abbiamo un caſo familiare delle forze centrali, allorchè facciamo girare una pietra dentro la fionda: imperciocchè ſi ſente divenire più peſante la pietra a miſura, che la fionda gira più veloce, il che naſce dalla maggior forza centrifuga; e in fatti, ſe ſi rilaſcia un' eſtremità della fionda, la pietra è cacciata più lontano a miſura, che la fionda gira più velocemente. Nella reſiſtenza, che fa la fionda non rilaſciata, per-

perchè la pietra non isfugga, ma descriva una curva, s'esprime poi la forza centripeta.

325 La teoria delle forze centrali abbraccia molte proposizioni necessarie per risolvere i problemi d'Astronomia; ma perchè noi non abbiamo in mira questa per altro bellissima diramazione della Dinamica, tralasceremo d'inoltrarci in tal materia, riserbandoci per altro, allorchè tratteremo delle Macchine di Meccanica, di far vedere, come in alcune di esse si possa applicare la forza centrifuga con vantaggio della Pratica.

CAPO SESTO

Della Balistica.

326 La *Balistica*, comunemente detta il *Getto delle Bombe*, è quella scienza, che tratta de' Corpi proietti in una direzione diversa dalla linea a piombo.

Un Corpo può essere slanciato da diverse forze, e in diverse maniere, per esempio colla mano, con una fionda, col mezzo d'un arco, d'una catapulta, d'un'arma da fuoco, e simili.

Qualunque ſia la forza, e la maniera, con cui è slanciato il Corpo, queſto nell' atto, che abbandona la forza movente, comincia a moverſi con moto compoſto, e proſeguiſce a così fare per un certo tratto di ſtrada, deſcrivendo una curva chiamata la *Trattoria*, o la *Tragittoria*.

Uno de' movimenti ſemplici, con cui ſi forma queſta curva, è quello comunicato al Corpo dalla forza movente, che *Moto d'Impulſione* ſi chiama.

L' altro movimento ſemplice è prodotto dalla gravità, la quale fa declinare il Corpo continuamente dalla direzione, in cui è ſtato slanciato.

327 Il movimento ſemplice dell' impulſione, che ſerve a deſcrivere la Trattoria, è uniforme di ſua natura, e quello prodotto dalla gravità è uniformemente accelerato, come è chiaro baſtantemente dalle coſe ſpiegate nei precedenti capi; ma avviene in molti caſi, che uno, o ambedue gli accennati movimenti ſemplici ſono reſi notabilmente difformi dalla reſiſtenza, che l'Aria oppone al proietto. Di quì naſce, che ſi danno Trattorie di diverſa ſpecie.

328 Le Trattorie descritte dai Corpi proietti dalle Artiglierie si possono in pratica ridurre a quattro specie.

Nella prima specie s' annoverano quelle, in cui la resistenza dell' Aria è poco, o nulla sensibile, come succede alle palle da Cannone sparate dalle batterie di ribalzo con cariche molto picciole, ai globi cacciati dal mortaietto per l' approvazione delle polveri, e a tutti gli altri proietti di gran calibro, e molto densi, che nell' uscire dall'arma hanno una velocità minore di piedi 60.

Nella seconda specie si comprendono quelle Trattorie, nel cui moto d'impulsione la resistenza dell' Aria è molto sensibile, ma poco, o nulla nel movimento prodotto dalla gravità. Le palle da Cannone da libbre 32 cacciate colle cariche ordinarie di fazione a distanze minori di trabucchi 250, e le palle da schioppo sparate a distanze minori di trabucchi 120 descrivono questa specie di Trattoria.

S' annoverano nella terza specie quelle Trattorie, in cui l' Aria resiste sensibilmente soltanto nel moto prodotto dalla gravità; perciocchè, essendo il

Corpo cacciato con una velocità molto piccola, dee poi cascare in una profondissima valle. Questo caso succede di raro nei proietti dalle Artiglierie.

Finalmente si ha la quarta specie di Trattoria, allorchè la velocità nel moto d' impulsione, e lo spazio scorso dalla gravità sono grandi, come succede nei tiri dei Mortai da Bombe, e dei Cannoni sparati a grandi elevazioni, e a notabili distanze dal bersaglio; poichè in simili casi il moto uniforme d' impulsione, e l' uniformemente accelerato della gravità sono alterati assai, e resi difformi dalla gran resistenza dell' Aria.

329 La cognizione dei movimenti semplici, che compongono la Trattoria, è necessaria per risolvere i problemi della Balistica.

I problemi Balistici si possono tutti ridurre a due sole specie. Nella prima specie si comprendono quelli, ne' quali trattasi di determinare la forza, e la direzione, in cui bisogna sparare le armi per colpire in un proposto bersaglio, e all' opposito. Nella seconda specie s' annoverano gli altri problemi, nella soluzione de' quali si determina la forza,

con cui il proietto urta il bersaglio, e gli effetti, che in questo produce.

I problemi della prima specie fanno l' oggetto di questo capo, e di quelli della seconda specie si parlerà nel capo seguente.

330 Se dal punto A è sparata un' arma nella direzione AD, e la palla, dopo avere descritta la Trattoria AEB, colpisca un bersaglio in B, facendosi per questo punto passare una linea a piombo BD, questa si chiama *la Linea della Caduta*; la retta AD dicesi *la Linea di Proiezione*, e la retta AB intercetta tra il sito dell' arma, e il punto del bersaglio colpito si chiama *la Lunghezza del Tiro*. FIGURA XXXVI

331 La velocità virtuale, che ha acquistato il Corpo nel moto d' impulsione AD nell' istante, che cessa d' essere spinto dalla forza movente, si chiama *Velocità Iniziale*. Questa velocità, qualunque sia la causa, che la produce, si può esprimere per $\sqrt{38S}$, che è la velocità $= u$, che il Corpo acquista cadendo da un' altezza $= S$ (§. 283), la quale velocità, finchè è la stessa nei proietti uguali, siamo certi, che la for-

za movente è anche la medesima, poichè una è l' effetto dell' altra.

Per applicare la teoria dei proietti alle palle, e bombe cacciate dalle armi da fuoco è necessario supporre, che, ognivoltachè un' arma è caricata allo stesso modo, comunica sempre la stessa velocità iniziale ai Corpi uguali, che caccia fuori, quantunque si spari l'arma in elevazioni differenti.

Nell'Esame della Polvere si dimostra, che tal supposizione ha luogo solamente in alcuni casi, essendo in molti altri contraria alla verità, e si additano anche le cause di tali mutazioni.

332 Essendo la resistenza dell' Aria insensibile nella Trattoria della prima specie, ne consegue, che questa curva è composta col moto uniforme d' impulsione, e coll' uniformemente accelerato della gravità (§. 322); l' equazione adunque degli spazj $= q$ scorsi su i tempi sarà nel primo movimento $q = ct$ (§. 262); e quella degli spazj $= S$ scorsi su i tempi dalla gravità sarà $S = \frac{gt^2}{2}$ (§. 283). Ciò premesso risolveremo i seguenti problemi.

Essendo sparato dal sito A un Pezzo d'Artiglieria nella direzione AD, che coll' orizzonte AB forma l'angolo DAB di gradi 45, e cognita la lunghezza AB del tiro, si cerca la velocità iniziale c della palla.

Dal punto B si tiri la linea a piombo BD, s'avrà il triangolo isoscele ABD rettangolo in B, nel quale il lato AD esprime lo spazio scorso nel moto d'impulsione, e il lato DB quello scorso dalla gravità nel medesimo tempo; e giacchè è noto AB, sarà anche cognito il suo uguale BD, e l'ipotenusa $AD = BD\sqrt{2}$; ma lo spazio scorso $AD = q$ nel moto uniforme s' esprime per ct, e lo spazio BD nel tempo stesso scorso dalla gravità s' esprime per $\frac{19t^2}{2}$; adunque sarà $AD = BD\sqrt{2} = ct$, $DB = \frac{19t^2}{2}$; e siccome nella seconda equazione si ha la sola incognita t, così trovato in questa il valore di $t = \sqrt{\frac{2}{19}DB}$, e sostituito nella prima equazione $BD\sqrt{2} = ct$, s' avrà $BD\sqrt{2}$

$= c \sqrt{\frac{2}{19} BD}$, e quindi $c = \sqrt{19 BD}$
$= \sqrt{19 AB}$ quantità cognita.

Se all' elevazione di gradi 45 fosse data la velocità iniziale c, e si volesse trovare la lunghezza AB del tiro, servendosi dell' equazione $c = \sqrt{19 AB}$, s' avrà $AB = \frac{c^2}{19}$

333 Dato l' angolo DAF formato dall' orizzontale AF, e dalla direzione AD, in cui è stato sparato il Pezzo dal sito A, e dato il punto B, in cui la palla ha colpito fuori dell' orizzonte AF, trovare la velocità iniziale $= c$ della palla.

FIGURA XXXVII

Pel punto B si tiri la linea a piombo DBF, e s' avrà il triangolo ADB cogl' angoli DAB, DBA cogniti; e perchè la lunghezza AB del tiro è anche data, così per la Trigonometria diverranno anche cogniti i lati AD, BD. Avremo pertanto la linea della caduta $BD = S = \frac{19 t^2}{2}$; onde sarà $t = \sqrt{\frac{2}{19} BD}$, e sostituendo questo valore di t nell' equazione del moto uniforme $AD = ct$, s' avrà $AD =$

$c \sqrt{\frac{2}{19} BD}$, e quindi $c = \frac{AD}{\sqrt{\frac{2}{19} BD}}$; velocità iniziale ricercata.

334 Data la velocità iniziale $= c$, e l'angolo D A B, che la direzione A D del Pezzo fa col piano A B orizzontale, o inclinato, si cerca il punto B, in cui sarà colpito il piano. FIGURA XXXVIII

Dal punto A si tagli nella A D la parte A E $= c$, e pel punto E si tiri la linea a piombo E G, e supposto, che la palla colpisca nel punto B, la linea a piombo B D sarà paralella all' E G. S' avranno adunque simili i triangoli E A G, D A B, nel primo de' quali essendo noti i tre angoli, e il lato A E, sarà per conseguenza anche noto il lato E G $= m$. Sicchè sarà $c : m = AD : DB$; ma $AD = q = ct$ (§. 332), adunque sarà $DB = mt$; e perchè la linea $DB = S$ della caduta s' esprime anche per $\frac{19\,t^2}{2}$, così sarà $\frac{19\,t^2}{2} = mt$, e $t = \frac{2m}{19}$, il qual valore cognito di t, essendo sostituito nelle rispettive equa-

zioni $AD = ct$, $DB = \frac{19t^2}{2}$, somministra i valori cogniti di A D, D B, e conseguentemente sarà noto il punto B, in cui colpirà la palla.

335 Colla carica, che dà la velocità iniziale $= c$, e dal sito A si vuole colpire il bersaglio B situato al di sopra, o al di sotto dell' orizzonte A F, si cerca con qual direzione A D si dee sparare il Pezzo.

FIGURA XXXVII.

Pel punto B si tiri la linea a piombo B D, e suppongasi, che A D sia la direzione ricercata: siccome è noto l'angolo B A F, e il lato A B, così del triangolo rettangolo B F A saranno noti i lati A F, B F. Si chiami $AF = m$; $BF = n$; poichè la linea della caduta $BD = S = \frac{19t^2}{2}$, e lo spazio scorso nel moto d' impulsione $AD = q = ct$, sarà $DF = \frac{19t^2}{2} \pm n$ secondo che il punto B sarà al di sotto, o al di sopra del punto F. Si rifletta ora, che nel triangolo rettangolo A F D si ha $\overline{AD}^2 = \overline{AF}^2 +$

$\overline{DF}^2$, e ſoſtituendo i valori analitici s' avrà $c^2 t^2 = m^2 + \frac{361 t^4}{4} \pm 19 n t^2 + n^2$, equazione del quarto grado derivativa dal ſecondo, nella quale, quando il quadrato della metà del coeficiente di t^2 ſarà minore di $\frac{4 m^2 + 4 n^2}{361}$, ſarà ſegno certo, che con quella tal carica non ſi può colpire il berſaglio, perchè la medeſima è troppo debole.

Se avverrà, che il punto B ſi confonda col punto F, cioè che il berſaglio ſia nello ſteſſo orizzonte, in cui trovaſi il Pezzo, allora diventando zero il valore di n, ſcompariranno tutti i termini, ne' quali eſſo ritrovaſi, e l'equazione ſuddetta diventerà $t^4 - \frac{c^2 t^2}{361} = - \frac{m^2}{361}$.

Ritrovato poi il valore di t nei diviſati caſi, s' avrà facilmente quello di B D, e di A D, onde ſarà cognita la ricercata direzione.

336 Allorchè s' eſaminano più particolarmente le ſoluzioni dei problemi

(§. 332, 333, 334, 335) ſi trova, ſuppoſto che A B indichi l'orizzonte, in cui è ſituata l'arma, e che ſi adoperi ſempre la medeſima carica.

FIGURA XXXIX

1.° Che il tiro più lungo ſi ha all' elevazione A D di gradi 45.

2.° Che i tiri rieſcono più corti a miſura, che l'angolo dell' elevazione s' allontana maggiormente dal ſemiretto.

3.° Che l'elevazioni A H, A K equidiſtanti dall' angolo ſemiretto D A B per qualſiſia angolo H A D = K A D danno la medeſima lunghezza A L di tiro, e che tutto il divario, che s'incontra nei due tiri, conſiſte in queſto, che la Trattoria A E L corriſpondente al maggior angolo H A L rieſce più alta, e più curva dell' altra A O L, che corriſponde all' angolo minore K A L.

4.° Che la velocità compoſta di qualſivoglia Trattoria nel ſito, ove interſeca l'orizzonte A B, è ſempre uguale alla velocità iniziale.

5.° Che la velocità compoſta è minore dell' iniziale, e ſminuiſce maggiormente a miſura, che ſi cerca in un punto più vicino al vertice della Trattoria, nel quale ſi ha la velocità mini-

ma; e per contrario la velocità compoſta è maggiore dell' iniziale al di ſotto dell' orizzonte A B, e creſce l'eceſſo a miſura, che il punto della Trattoria è maggiormente al di ſotto dell' orizzonte medeſimo.

6.° Finalmente ſe dal punto A ſi alzerà A M perpendicolare all' orizzonte A B, e che fatto A G = A B ſi deſcriverà dal centro G la ſemicirconferenza A D M, queſta ſi chiamerà la curva delle proiezioni, ognivoltachè l' arma, e il berſaglio ſaranno nel medeſimo orizzonte. Mediante queſta curva, ſe verrà propoſto di colpire dal punto A un berſaglio L ſituato nell' orizzonte A B, baſta, per avere la direzione, in cui dee ſpararſi il mortaio, tirare la perpendicolare L H, e dai punti H, K d'interſecazione le rette H A, K A, queſte ſaranno le ricercate direzioni, in cui, ſparata l' arma dal ſito A, ſi colpirà il berſaglio L. Se poi ſarà data una direzione A K, e ſi vorrà trovare il punto, in cui la bomba cacciata dalla batteria A colpirà l' orizzonte A B, baſta tirare K L perpendicolare alla A B, e ſarà L il punto ricercato. Chiaro eſſendo, che

i punti esistenti al di là di B verso N più non possono essere percossi colla carica, che dà il massimo tiro A B.

337 Se poi il bersaglio B sarà situato al di sopra, o al di sotto dell' orizzonte AF, in cui trovasi il Pezzo d'Artiglieria, in tal caso

FIGURA XL

1.° Il tiro più lungo si ha in un angolo maggiore di gradi 45, se il bersaglio B è al di sopra dell' orizzonte, e in un angolo minore di gradi 45, se il bersaglio è al di sotto.

2.° L' angolo, che dà il tiro massimo, s' allontana maggiormente dal semiretto a misura, che cresce l' angolo B A F formato dal piano bersagliato AB, e dall' orizzonte A F.

3.° I tiri più corti del massimo si hanno bensì in due elevazioni diverse, ma queste più non sono l' equidistanti dall' angolo semiretto.

4.° La curva delle proiezioni in questo caso è una porzione di circonferenza maggiore del semicerchio, se il bersaglio B si trova al di sotto dell'orizzonte AF, ed è minore del semicerchio, se il bersaglio è al di sopra dell' orizzonte.

338 Se pel punto A, ove trovasi l' arma, si tiri una linea a piombo AL, e per qualsivoglia punto B della Trattoria parabolica AKB si fa passare un' altra linea a piombo BD, e si tira BL paralella alla direzione AD dello sparo, sarà AD = LB ordinata, BD = AL la corrispondente ascissa del diametro AL. Avremo adunque $\frac{\overline{AD}^2}{BD}$ uguale al parametro della parabola, qualunque sia l' angolo DAL. Ma AD = ct, BD = $\frac{19t^2}{2}$, sicchè sostituendo questi valori sarà $\frac{\overline{AD}^2}{BD} = \frac{c^2t^2}{\frac{19t^2}{2}} = \frac{2c^2}{19}$ parametro di tutte le parabole descritte in qualsivoglia angolo DAL dal proietto, allorchè è cacciato colla velocità costante iniziale = c. Pertanto se si prenda la quarta parte di $\frac{2c^2}{19}$, cioè $\frac{c^2}{38}$, e con questo intervallo fatto centro in A si descriva il cerchio MNQO, questo sarà il luogo geometrico, in cui si tro- FIGURA XLI

veranno tutti i fochi delle divisate parabole.

Se la quarta parte del parametro si chiami S, avremo $S = \frac{c^2}{38}$, e $\sqrt{38 S} = c$; ma nel movimento uniformemente accelerato si ha $\sqrt{38 S} = u$ (§.283); adunque si dirà, che la velocità iniziale c comunicata dalla polvere accesa, o da altra forza al proietto è uguale alla velocità, che lo stesso Corpo acquisterebbe cadendo liberamente da un' altezza uguale alla quarta parte del parametro di tutte le parabole, che colla velocità iniziale c si possono descrivere in qualsivoglia direzione sia slanciato il Corpo (§. 331).

339 La Trattoria parabolica, di cui abbiamo finora parlato, ha luogo nei proietti dalle Artiglierie solamente, quando è lento il loro movimento (§.328); ma se il movimento sarà rapido, come avviene alle palle, e bombe cacciate dalle respettive armi da fuoco colle cariche ordinarie di fazione, in tal caso la resistenza, che l' Aria oppone a questi proietti, è grandissima; onde non si può far uso della teoria, in cui si sup-

ſuppone inſenſibile la reſiſtenza dell' Aria, ſenza commettere errori graviſſimi. La teoria dei proietti nel voto non meritava certamente così proliſſi, nè così ripetuti Trattati, come ſono quelli, che ſono ſtati ſtampati col penſiere, che ella foſſe cotanto utile nell' Artiglieria pratica.

Il ſolo oſſervare, che, quando ſi ſpara un pezzo d' Artiglieria vicino al berſaglio, la palla s' impianta molto profondamente, e che tal profondità è minore a miſura, che lo ſteſſo pezzo ſi ſpara più lontano dal medeſimo berſaglio, ſino a più non poterlo penetrare, ſe la diſtanza è molto grande, baſtava, dico, tal' oſſervazione per far conoſcere a chiccheſſia, che la reſiſtenza dell' Aria contro i proietti dalle Artiglierie va ſucceſſivamente diſtruggendo porzioni notabili del loro movimento.

340 Qualunque ſia la ſpecie di Trattoria, che deſcrive un proietto, egli è ſempre neceſſario ricorrere alla ſperienza per poterla individuare, e per conoſcere la ſua natura, proccurando in queſte ſperienze di ricavare qualche ſcala di ſpazj ſcorſi, o di velocità, o di

pressioni (§. 258, 259, 260); affinchè con questa scala si possano poi avere le altre in ciascheduna movimento semplice, e conseguentemente ancora si abbia la Trattoria (cap. 4.°, e 5.°). Si scorge adunque, che due sono i metodi, che si possono adoperare per venire in cognizione della Trattoria, dei movimenti, che la compongono, e di quanto ha rapporto ai medesimi. Uno di questi metodi è il risolvere i problemi diretti delle forze, e consiste l'altro nel risolvere i problemi inversi delle forze.

La maggior parte degli Scrittori ha fin adesso adoperato il secondo metodo, trattandosi delle Trattorie della seconda, e quarta specie (§. 328); ma noi faremo quì uso dei problemi diretti, riserbandoci nel fine dell' Idrostatica di trattare anche gl' inversi.

Nell' Esame della Polvere si additano diverse maniere di fare le sperienze per trovare qualcheduna delle mentovate scale: per ora basterà supporre, che siano già cognite le scale degli spazj scorsi su i tempi in ciascheduna movimento semplice.

341 Abbiaſi adunque l' equazione $q = ct - \frac{ct^2}{n}$ degli ſpazj ſcorſi $= q$ ſu i tempi nel moto ritardato dell' impulſione, e l' equazione $S = \frac{19t^2}{2} - \frac{m}{t}$ pel moto difformemente accelerato della gravità, con queſte equazioni, nelle quali le lettere n, m ſono date dalle additate ſperienze (§. 340), ſi potranno riſolvere i problemi dei §. 332, 333 ec., ſervendoſi a tal fine del metodo ivi tenuto. Per eſempio eſſendoſi ſparata dal ſito A un' arma nella direzione A D, e avendo FIGURA XXXVI
colpito la palla nel punto B, ſi cerca la velocità iniziale $= c$.

Pel punto B ſuppongaſi tirata la linea a piombo B D, e giacchè ſono dati di poſizione i punti A, B, e la direzione A D, ſaranno noti gli angoli ABD, D A B, e la lunghezza A B del tiro; onde colla Trigonometria diverranno cogniti gli altri due lati A D, B D. Adunque avremo $q = ct - \frac{ct^2}{n} = AD$, $S = \frac{16t^2}{2} - \frac{m}{t} = BD$; e perchè nella ſeconda di queſte equazioni ſi ha la ſo-

la incognita t, perciò, trovatone il ſuo valore, ſi ſoſtituirà nella prima equazione AD $= ct - \frac{ct^2}{n}$, con che s'avrà il ricercato valore della velocità iniziale $= c$.

342 Procedendo collo ſteſſo metodo ſi riſolveranno gli altri problemi baliſtici della prima ſpecie; non potendoſi intorno a ciò incontrare più veruna difficoltà, toſto che ſi hanno le due equazioni per li movimenti componenti la Trattoria, ſiano poi le equazioni appartenenti a curve algebraiche, traſcendentali, o organiche.

Queſte equazioni però non ſervono, ſe non ſe per li proietti uguali a quelli, che ſi ſono adoperati nelle ſperienze additate (§. 340); ma come ſi poſſano le medeſime rendere generali per applicarle a qualſivoglia proietto, s'eſaminerà nel fine dell'Idroſtatica.

343 Finalmente per avere la direzione, e la velocità compoſta, con cui il proietto urta il berſaglio, baſterà colle equazioni per li movimenti ſemplici operare, com'è ſtato inſegnato (§. 321).

Queſta notizia è indiſpenſabile, ſe ſi vuole determinare la forza, con cui le palle, e le bombe urtano i berſagli.

344 Allorchè ſi conſidera la figura, e l' andamento d' una Trattoria della ſeconda, e quarta ſpecie AFBGD, in cui la retta AD rappreſenta l' orizzonte, e A il ſito del pezzo, ſi trova. FIGURA XLII

1.° Che la maſſima altezza HB è più vicina del punto D, che del punto A.

2.° Che la parte BGD è più curva dell' altra AFB.

3.° Che ſe la curva della quarta ſpecie può eſſere continuata per un lungo tratto, perchè trovaſi verſo K una profondiſſima valle, in tal caſo il proietto giunge al punto K, ove, trovandoſi ſenſibilmente diſtrutto il moto d' impulſione, deſcrive una linea a piombo, e ſe il Corpo ſarà poco denſo, la linea a piombo, o parte d' eſſa ſarà anche ſcorſa con moto equabile nel terminarſi della caduta.

Se ſi slancia una veſcica gonfia nelle accennate circoſtanze, s'oſſerveranno i deſcritti fenomeni.

345 Esaminando più particolarmente le soluzioni dei problemi balistici della prima specie, allora che l' Aria resiste sensibilmente contro il proietto, si trova, quando il proietto urta nello stesso orizzonte A B, in cui trovasi l' arma.

FIGURA XLIII

1.° Che il tiro più lungo A B si ha in un angolo d' elevazione D A B vieppiù minore di gradi 45 a misura, che la resistenza dell' Aria è più efficace.

2.° Che i tiri riescono più corti a misura, che s' allontanano maggiormente dall' angolo D A B, che dà il massimo.

3.° Che gli angoli d' elevazione H A L, K A L, ne' quali s' incontra la medesima lunghezza del tiro A L, più non sono equidistanti dall' angolo D A B, ma si trova, che l' angolo H A D è minore dell' angolo D A K.

4.° Che la velocità composta in ciascun punto di queste Trattorie, come A E L, isminuisce a misura, che dal sito A si va verso il punto più alto E della medesima, ove si ha la velocità composta minima, dopo del che cresce

di nuovo la velocità, ma non uguaglia la iniziale, se non al di sotto dell'orizzonte A B, vieppiù distante da questo a misura, che maggiore è la resistenza dell' Aria.

5.° Finalmente, se per li punti K, D, H, N, ove le direzioni dell' arma s'intersecano colle rispettive linee della caduta, e pel punto A si farà passare una linea A K D H N M, questa sarà la curva delle proiezioni, la cui figura è molto diversa dal cerchio Euclideo A P H R M; poichè la porzione M N H cade tutta dentro il cerchio, e l' altra porzione H D K A cade tutta fuori, e se ne allontana maggiormente a misura, che più efficace è la resistenza dell' Aria nel proietto.

346 Termineremo questo capo col far osservare, che, quando s' applica l' addotta teoria alla pratica, succedono non di raro delle discrepanze notabili: le cause di ciò sono molte, ma noi per adesso ci contenteremo d' addurne brevemente alcune delle principali.

1.° Gli svarj, che facilmente si commettono nel caricare l' arma da uno sparo all' altro.

2.° Il rinculare, o altro moto irregolare del pezzo, mentre la palla ſcorre dentro il medeſimo; onde queſta eſce poi in una direzione diverſa dalla mira preſa ſpecialmente quando, s' adoperano cariche poderoſe.

3.° Nella neceſſità, in cui ſiamo di dar vento alle palle, e bombe, per poterle metter dentro i loro pezzi, avviene talora, che le medeſime cominciano a moverſi obbliquamente dentro l' arma; onde il tiro rieſce poi diſordinato.

4.° Si oſſerva inoltre, che la Trattoria d' una bomba non è ſempre una curva regolare eſiſtente in un medeſimo piano, ma che alcune volte queſti Corpi, dopo eſſerſi moſſi per un certo tratto in un piano ſi volgono a deſtra, o a ſiniſtra, deſcrivendo una curva a doppia, o tripla curvatura, e che altre volte col loro centro di figura deſcrivono una ſpecie di Epicicloide.

5.° Finalmente conviene aggiungere, che, ſebbene ſi ſappiano aſſegnare le cauſe producenti gli accennati ſconcerti, e che eziandio ſi poſſano prevenire molti di eſſi, nulladimeno nell' ap-

plicare la teoria dei Corpi proietti alla pratica dell' Artiglieria, tanta avvedutezza, e diligenza convien usare, e tante precauzioni si debbono prendere per rendere meno frequenti i disordini, che non è poco, se ciò s' ottiene, quando si fanno a bell' agio le sperienze da quelli, che sanno accoppiare la teoria alla pratica.

CAPO SETTIMO

Della Collisione dei Corpi.

347 In tutti i Corpi, che si movono, evvi un punto, intorno a cui le forze degli elementi del Corpo sono in equilibrio fra di esse. Di quì avviene, che, quando il Corpo in movimento percuote con questo punto un altro Corpo, lo urta coll' intera sua forza; poichè in tal caso il Corpo passivo dee sostenere tutta l' azione del percotente. Questo tal punto si chiama *Centro di Percussione.*

348 Se il Corpo si move paralellamente a se medesimo, o col suo centro di gravità descrive una Trattoria, il cen-

tro di percuſſione ſi confonde con quello di gravità, poichè ſono uguali i momenti degli elementi del Corpo, che ſono di quà e di là di queſto centro (§. 172, 173); ma ſe il Corpo ſi move attorno a un punto fiſſo, o attorno un aſſe, in queſto caſo il centro di percuſſione ſi trova in ſito diverſo da quello della gravità.

Avendo noi in mira preſentemente di trattare ſoltanto della Colliſione dei Corpi, che ſi movono paralellamente a ſe medeſimi, o che deſcrivono una Trattoria, non ſarà neceſſario addurre altre regole per trovare in queſto caſo il centro di percuſſione, poichè baſtano quelle date nella Statica per determinare il centro di gravità.

349 Se tutta la materia d' un Corpo ſi conſidera raunata nel ſuo centro di gravità, e ſi ſupponga, che A D denoti la direzione del Corpo D in movimento; e B G indichi la ſuperficie piana del Corpo percoſſo B G F, ſe A D ſarà perpendicolare alla ſuperficie B G, l' urto ſi chiamerà *Diretto*; ma ſe A D ſarà inclinata alla detta ſuperficie, l'urto ſi dirà *Obbliquo*.

FIGURA XLIV

L' angolo A D B formato dalla direzione del Corpo in movimento, e dalla ſuperficie percoſſa, ſi chiama *Angolo d' Incidenza.*

350 Avendo poi in conſiderazione la figura dei Corpi, che ſi collidono, ſe ne determinerà l' angolo d' incidenza nel modo ſeguente.

Suppongaſi, che il Corpo H G moſſo dalla gravità ſia una sfera di materia omogenea, il ſuo centro di percuſſione F ſi confonderà con quello di gravità, e di figura (§. 348); onde la linea di direzione, in cui ſi move queſta sfera, dovrà paſſare pel ſuo centro F. Pertanto, ſe queſto Corpo urterà un oſtacolo, che abbia una ſuperficie piana B G, il contatto ſuccederà in un ſol punto G, e la retta, che paſſa per li punti F, G, ſarà perpendicolare alla ſuperficie percoſſa: quindi è, che, ſe queſta retta indicherà anche la direzione, in cui ſi move la sfera, il ſuo urto ſarà diretto, e ſarà obbliquo l' urto in G, ſe la direzione ſarà eſpreſſa dalla retta K F B, e ſarà F B G l'angolo d'incidenza, in cui la sfera urta in G il piano B G.

FIGURA XLV

351 Se poi la ſuperficie percoſſa ſarà curvilinea, come AGD, il contatto ſi farà pure in un ſol punto G, e quindi dal punto G tirata alla curva A G D la tangente GB, ſe F G indicherà la direzione, in cui la sfera urta la ſuperficie A G D, l'urto ſarà diretto, ma ſarà obbliquo l'urto, e l'angolo d' incidenza ſarà eſpreſſo dal F B G, ſe la retta K F B additerà la direzione, in cui ſi moveva la sfera nell'atto, che ha urtato l' oſtacolo A G D.

Con ſomigliante operazione ſi potrà determinare l' urto diretto, e obbliquo ne' Corpi di differente figura.

352 Eſſendoſi già dimoſtrato, che la forza $= mu$ d' un Corpo in movimento ſi miſura col prodotto della ſua maſſa $= m$ nella velocità $= u$, ne conſegue, che, ſe il Corpo F urta direttamente l' oſtacolo D G A, la forza, con cui il detto Corpo agirà contro l'oſtacolo, ſarà eſpreſſa per mu; ma ſe l'urto ſarà obbliquo, come F B, in queſto caſo baſta conſiderare, che la forza mu ſia eſpreſſa dalla retta F B, e che queſta forza ſi riſolve nelle due F G, G B, delle quali ſolamente la F G agiſce contro l' oſtacolo nella direzione

FG: imperciocchè, eſſendo la direzione dell' altra GB paralella alla ſuperſicie percoſſa, non può aver azione alcuna contro l' oſtacolo.

Si dirà adunque, che nell' urto obbliquo il ſeno totale ſtà al ſeno retto dell' angolo d' incidenza FBG, come l' intera forza *mu* ſtà alla forza, con cui il Corpo urta nella direzione obbliqua; queſta forza ſarà adunque eſpreſſa per $\frac{mu \times sen.\ FBG.}{sen.\ tot.}$

353 Dall' antecedente paragrafo ſi deduce, che l' oſtacolo è percoſſo dallo ſteſſo Corpo con forza minore a miſura, ch' è anche minore l' angolo d' incidenza; quindi è, che le palle da Cannone cacciate con grandi velocità, e capaci ad atterrare oſtacoli di gran ſodezza, più non poſſono diſtruggere muraglie di mediocre reſiſtenza, allorchè i tiri ſono molto obbliqui contro queſti muri, e che le bombe di gran calibro, le quali ſi movono pure con gran velocità, fanno pochiſſimo effetto contro i maſſiccj coperti delle fabbriche militari, allorchè gli urtano in direzioni molto obblique.

354 Per determinare la forza, con cui i proietti dalle Artiglierie urtano un bersaglio, basterà trovare la direzione, e la velocità composta, con cui i medesimi giungono a incontrare il bersaglio (§. 343), e osservato indi, quale sia l' angolo d' incidenza, si opererà secondo il paragrafo antecedente.

Con tal' operazione si potrà anche far paragone della forza, con cui un bersaglio è urtato dai proietti di diverso peso cacciati con differenti velocità iniziali, e con differenti elevazioni.

355 Combinando la data regola colle notizie dei capi precedenti si potranno pure risolvere diversi problemi balistici della seconda specie. Per esempio trovare la direzione A D, in cui
FIGURA XLVI si dee sparare un pezzo d' Artiglieria dal sito A, affinchè il proietto percuota coll' intera sua forza il piano B F H, che coll' orizzontale AB forma l'angolo cognito ABF, supposto, che il bersaglio sia bastantemente vicino al sito A della Batteria.

Se si risolverà questo problema, si troverà, che l' angolo D A B dee essere minore a misura, che l' angolo A B F

è maggiore, e all'oppoſito. Per la qual coſa, ſe il piano F B H denota una muraglia poco meno, che verticale, come ſono quelle dei Quartieri, e Magazzini, le muraglie di cinta d'una Fortezza, e ſimili, per berſagliarle colla maggior forza ſarà neceſſario, che l'angolo D A B ſia piccolo aſſai: ma ſe queſto piano indicherà il maſſiccio coperto fatto ſopra la volta d'una fabbrica militare, ſiccome in tal caſo l'angolo A B F è piccolo, così biſognerà, che l'angolo D A B ſia molto grande.

La maggior parte dei Pratici credono, che le volte de' Magazzini, dei Quartieri ec. ſiano più facilmente ſprofondate dalle bombe cacciate in grandi elevazioni, perchè, dicono eſſi, nelle grandi elevazioni la bomba acquiſta maggior forza; ma di queſta loro idea ſe ne conoſcerà ben toſto la falſità, ſe ſi rifletterà al modo, con cui ſi ha la velocità compoſta L B, e alla direzione, in cui eſſa agiſce contro il piano F B H (§. 343): imperciocchè, ſebbene ſia vero, che la velocità ſemplice M B prodotta dalla ſola gravità creſca nelle maggiori elevazioni, non ne conſegue già,

che cresca anche la composta B L; poichè in dette elevazioni grandi si fa minore la velocità L M del moto ritardato d' impulsione, e si sminuisce anche l' angolo L M B, per cui si fa poi minore la velocità composta B L. Se dunque per isprofondare le dette volte è necessario in certi casi sparare in grandi elevazioni, ciò succede pel solo motivo d' avere l' urto meno obbliquo.

356 Nella collisione dei Corpi, di cui abbiamo finora ragionato, si è supposto, che uno di questi sia in riposo; ma succede ancora, che due Corpi si collidano, essendo ambidue in movimento, il che succede in due maniere.

FIGURA XLVII

1.° Quando i due Corpi vanno all' incontro l' uno dell' altro.

2.° Quando i due Corpi si movono dalla medesima banda.

Nel primo caso, se i due Corpi si movono nella medesima direzione, l'urto è diretto, ed assoluto; onde i Corpi si percuotono scambievolmente coll' intera loro forza, e quindi ciascheduno d' essi fa la funzione di attivo, e di passivo.

Nel secondo caso poi, se i due Corpi A, F si movono nella medesima dire-

direzione da A verſo K, affinchè ſucceda la colliſione, ſarà neceſſario, che il Corpo F, che precede l' altro, ſi mova colla velocità $= u$ minore della velocità $=$ V del Corpo A. In queſte circoſtanze il movimento dei due Corpi è relativo (§. 236); per la qual coſa l' urto ſuccede, come ſe F foſſe in ripoſo; e che A ſi moveſſe colla velocità $V - u$. La forza adunque, con cui A urta F, s' eſprime per $A \times \overline{V - u}$.

357 Se i due Corpi A, F, i quali ſi movono verſo D, e nelle direzioni A D, F D, s' incontrano obbliquamente in D, e ſi dee determinare la forza, con cui ſi collidono ſcambievolmente, ſuppoſto, che le rette A D, F D eſprimano non ſolo le direzioni, ma ancora la quantità di movimento dei riſpettivi Corpi, ſi deſcriva a piacimento intorno al diametro A D un paralellogrammo A B C D, e nel prolungamento B D, e nell' angolo C D H ſi deſcriva intorno al diametro F D il paralellogrammo F G D H, avremo la forza A D riſolta nelle forze A B, B D, e la forza F D riſolta nelle forze F H, H D; ma le forze A B, F H, eſſendo fra loro paralelle, FIGURA XLVIII

non possono concorrere per niente nella collisione: adunque rimarranno le due sole forze B D, H D, colle quali i due Corpi s' urteranno, vale a dire, che questa collisione si farà, come se i due Corpi venissero all'incontro l' uno dell' altro nella direzione B D H, e ciascheduno d'essi avesse respettivamente la forza espressa dalle rette B D, H D.

358 Passiamo a considerare gli effetti, che si producono nella collisione dei Corpi. A questo fine è necessario premettere le seguenti notizie, che si hanno come assiomi.

1.° La quantità di movimento, che ha un Corpo, non è in alcun modo variata, allorchè urta un altro Corpo, ma rimane sempre la stessa.

2.° La quantità di movimento, che risulta dalla somma di due movimenti diretti verso la medesima parte, e la differenza di due moti, che succedono in senso opposto, non è in alcun modo alterata dall' azione de' Corpi, che si collidono, ma rimane la stessa.

3.° Nella collisione dei Corpi succede sempre nell' atto, che si urtano, che il collidente comunica, e trasfon-

de nel Corpo collifo tutto il fuo movimento, o una porzione di quefto.

4.° Allorchè i Corpi, che s'urtano, fono fleffibili, fuccede fempre una mutazione di figura nel fito della collifione, e il divario, che in quefto fenomeno s'incontra, confifte in ciò, che, quando i Corpi fono molli, rimangono così sfigurati dopo la collifione; ma fe fono perfettamente elaftici, appena terminata l'azione dell'urto, riacquiftano con uguale velocità la priftina loro figura.

359 Cominciamo dalle leggi dei Corpi molli, i quali effendo liberi s'urtano direttamente.

Sia in primo luogo il Corpo di maffa $= m$, il quale, movendofi colla velocità $= u$, collide il Corpo di maffa $= n$, ch'è in ripofo, dopo la collifione quefti due corpi fi moveranno infieme, come fe foffero un Corpo folo $m + n$, e fi moveranno colla velocità $x = \frac{mu}{m+n}$: imperciocchè, ficcome dopo la collifione fi ha fempre la fteffa quantità di movimento (§. 358, n. 1), così dovrà effere $x \times \overline{m + n} = mu$, e

quindi s' avrà $x = \frac{mu}{m+n}$,

360 Suppongasi in secondo luogo, che il Corpo $= m$, il quale si move colla velocità $= u$, collida il Corpo $= n$, il quale si move nella medesima direzione, e dalla medesima banda colla velocità $= y$ necessariamente minore di u, dopo l' urto i due Corpi si moveranno insieme, come se fossero un Corpo solo $m + n$, e continueranno a moversi dalla medesima banda colla velocità $x = \frac{mu + ny}{m + n}$. Imperciocchè, essendo $mu + ny$ la quantità di movimento prima della collisione, dovrà anche dopo di questa essere la stessa (§. 358, n. 2.); onde sarà $\overline{m+n} \times x = mu + ny$, e quindi $x = \frac{mu + ny}{m + n}$.

361 In terzo luogo, se i due Corpi m, n verranno all' incontro l' uno dell' altro nella medesima direzione, e colle velocità u, y, questi s' urteranno scambievolmente (§. 356), e movendosi insieme dopo la collisione, come se fossero un Corpo solo $m + n$, anderanno da

quella banda, ove andava il Corpo, che aveva maggiore quantità di movimento, e la velocità $= x$ di ciascun Corpo dopo l'urto sarà $x = \frac{mu - ny}{m + n}$, poichè prima dell' urto la quantità di movimento era $mu - ny$.

Se $mu > ny$, la velocità x sarà positiva, se $mu < ny$, la detta velocità sarà negativa; ma se $mu = ny$, in tal caso s' avrà $x = \frac{o}{m + n}$, cioè cesserà il movimento, e i due Corpi rimarranno in riposo dopo la collisione.

362 Quantunque nelle formole dei §. 350, 360, 361 si supponga, che i Corpi, i quali si collidono, abbiano fra essi una proporzione finita, e siano ambidue liberi, nulladimeno si potranno applicare le medesime formole al caso, che uno dei Corpi sia fisso, o, se sono ambedue liberi, sia infinita la proporzione fra essi. Per esempio, se nella formola $x = \frac{mu}{m + n}$ si supporrà, che

il Corpo *n* ſia infinitamente grande riſpetto al Corpo *m*, la velocità *x* riuſcirà infinitamente piccola; onde il movimento dei due Corpi dopo la colliſione riuſcirà inſenſibile.

Per lo contrario, ſe il Corpo *n* ſarà infinitamente piccolo riſpetto all'altro, la velocità *x* riuſcirà ſenſibilmente uguale alla velocità *u* del Corpo *m*, vale a dire, che, ſe un gran Corpo urta un atomo, o altro Corpicello, la ſua velocità $= u$ non è ſenſibilmente ſminuita.

Se poi i due Corpi avranno una proporzione finita, ma il Corpo *n* ſia fiſſo immobilmente in qualche ſito, in tal caſo il movimento del Corpo *m* ceſſerà dopo l'urto, perchè la reſiſtenza inſuperabile del Corpo *n* fa l'iſteſſa funzione, come ſe queſto foſſe infinitamente grande, e la velocità *x* infinitamente piccola, che in ſimil caſo riſulta, ſi riduce a un tremore, che ſuole eccitarſi nel Corpo fiſſo *n*.

363 Ciò, che ſi è detto nei precedenti paragrafi dei Corpi molli, ſi dee applicare preciſamente alla colliſione dei Corpi duri, e a quella dei Corpi duri

coi molli; altro divario non incontrandosi, se non che nella collisione dei Corpi molli, e in quella dei Corpi duri coi molli nasce una mutazione di figura nel Corpo molle, la quale manifesta le vestigie dell' urto succeduto, in vece che nella collisione dei Corpi duri non si manifesta mutazione alcuna di figura. Siccome però noi non conosciamo ancora nella Natura alcun Corpo composto assolutamente duro, così si scorge, che nella collisione dei gran Corpi dee sempre succedere qualche mutazione di figura nel sito dell' urto, la quale sarà più, o meno sensibile a misura, che il Corpo sarà lontano dalla durezza assoluta.

364 I Corpi elastici, che hanno un' elasticità quasi che perfetta, come sono l' acciaio, l' avorio ec., allorchè si collidono, mutano anche essi figura nel sito della collisione; ma l' elasticità delle parti appianate fa, che queste ritornino nel pristino loro sito colla velocità medesima, con cui si sono piegate: di quì avviene, che, sebbene le leggi della collisione descritte per li Corpi molli siano anche le istesse per gli ela-

ſtici, nulladimeno dopo la colliſione ſi vede una gran varietà nei riſultamenti per cagione, che gli effetti della colliſione ſi meſcolano, e ſi confondono con quelli, che naſcono dalla ſcambievole azione dei due Corpi l' uno contro l'altro nel riacquiſtare la priſtina loro figura: eſaminiamo queſta combinazione d' effetti.

Se il Corpo di maſſa $= m$, movendoſi da A verſo B colla velocità $=$
FIGURA XLIX u, percuote il Corpo $= n$, ch' è in ripoſo, ſuccede, che nel terminarſi l'appianamento delle parti nei due Corpi; queſti hanno ciaſcheduno la velocità $\frac{mu}{m+n}$, e s' avviano inſieme verſo B (§. 359); ma perchè le parti appianate ritornano toſto nel priſtino loro ſito colla velocità medeſima, con cui ſi ſono piegate (§. 358, n. 4) ſuccede, che le parti appianate del Corpo n nel ripigliare il ſito primiero ſi movono verſo A, appoggiandoſi contro il Corpo m, il quale, perchè è avviato verſo B, colla ſua quantità di movimento fa oſtacolo al moto delle dette parti. In queſto contraſto naſce una ſomma di preſſioni,

le quali agiſcono contro il Corpo n da A verſo B, le quali comunicano a queſto Corpo un' altra velocità $= \frac{mu}{m+n}$, e quindi il Corpo n, dopo che ha riacquiſtata la primiera figura, ſi move verſo B colla velocità $= \frac{2mu}{m+n}$.

La reazione uguale, che il Corpo m ſoſtïene da B verſo A, allorchè le ſue parti appianate ritornano nel priſtino ſito, è cagione, che queſto Corpo è reſpinto verſo A colla velocità $\frac{nu}{m+n}$, che ſtà alla velocità $\frac{mu}{m+n}$ nella ragion reciproca delle maſſe m, n. Levando adunque queſta velocità dall' altra $\frac{mu}{m+n}$ rimaſtagli nel terminarſi l' appianamento delle parti, s' avrà $\frac{mu-nu}{m+n}$ per la velocità del Corpo m, dopo che le ſue parti ſaranno ritornate al ſito primiero.

365 Colle coſe già ſpiegate non ſarà difficile il coſtruire le formole per gli altri due caſi nella colliſione dei Corpi elaſtici, cioè quando prima della colli-

ſione i Corpi ſi movono ambedue dalla medeſima banda, e quando eſſi vengono all' incontro uno dell' altro. Ci ridurremo adunque ad accennare alcune rifleſſioni intorno le formole date (§. 362, 364).

Confrontando le formole $\frac{mu}{m+n}$ (§. 362), $\frac{2mu}{m+n}$ (§. 364) eſprimenti ciaſcheduna la velocità acquiſtata dopo l' urto dal Corpo colliſo n, ſi ſcorge, che la velocità comunicata ai Corpi elaſtici dall' iſteſſa forza mu è doppia di quella, che ſi comunica ai Corpi molli, e ai duri. Queſto fa vedere, che nelle fabbriche militari ſi debbono preferire i materiali duri, e non elaſtici, a quelli, che, eſſendo ugualmente duri, ſono poi elaſtici; poichè la durezza rende meno penetrabile il muro ai proietti dalle Artiglierie, e dal non eſſere elaſtico il muro avviene, che lo ſcuotimento, per cui ſi fanno delle feſſure nel muro, e ſi ſcollegano le ſue pietre, ſarà ſolamente la metà di quello, ch' è comunicato a un muro elaſtico.

Considerando la formola $\frac{2\,m\,u}{m+n}$ si scorge, che, per quanto si voglia grande la massa m del Corpo collidente, la velocità, che il Corpo colliso n acquista, non può mai essere doppia di u. Questo fa vedere, che per comunicare una gran velocità a un Corpo libero per mezzo della percussione, non basta, che la massa del collidente sia grande, ma è necessario sopra tutto, che questo abbia anche una gran velocità.

366 Esaminando poi la formola per la velocità $\frac{m\,u - n\,u}{m+n}$, che dopo l' urto rimane al Corpo collidente (§. 364), si ricava.

1.° Se $m = n$ sarà zero la velocità del Corpo m, vale a dire, che dopo l' urto il Corpo m starà fermo.

2.° Se $m > n$ la velocità $\frac{m\,u - n\,u}{m+n}$ sarà quantità positiva, e quindi dopo la collisione il Corpo m continuerà ad avanzarsi da A verso B.

3.° Se $m < n$ la velocità $\frac{m\,u - n\,u}{m+n}$ sarà quantità negativa, e quindi il Cor-

po m rinculerà dopo l' urto, retrocedendo verſo A.

In queſt' ultima ſuppoſizione, ſe il Corpo percoſſo n ſarà infinitamente grande riſpetto al Corpo m, o pure n ſarà fiſſo ſaldamente, i termini m, ed mu riuſciranno infinitamente piccoli; onde ſcompariranno dalla formola $\frac{mu - nu}{m + n}$, la quale diverrà $-\frac{nu}{n} = -u$, vale a dire, che nei Corpi perfettamente elaſtici, quando il Corpo percoſſo è infinitamente grande, o è ſaldamente fiſſo, il Corpo percotente m retrocede dopo l' urto coll' iſteſſa velocità u, con cui ha urtato.

FIGURA L 367 L' angolo F D C formato dalla direzione D F, in cui rincula il Corpo elaſtico D, dopo avere urtato l' oſtacolo ſaldo B D C nella direzione A D, ſi chiama *Angolo di Rifleſſione.*

Nei Corpi perfettamente elaſtici l' angolo di rifleſſione F D C è uguale a quello d' incidenza A D B.

368 Dal paragrafo 358 fino a queſto ſi è trattato ſolamente dell' urto diretto; ma quando l' urto ſuccede in direzione obbliqua, ſiano poi i Corpi am-

bidue in movimento, o uno ſolo ſi mova, in ſimil caſo ſi muta ſempre la direzione di ciaſchedun Corpo dopo la colliſione. Noi tralaſceremo d' eſaminare le particolarità dell' urto obbliquo nelle differenti qualità de' Corpi, e baſterà far oſſervare, che un Corpo libero, eſſendo colliſo in una direzione, che non paſſi pel ſuo centro di gravità, riceve due movimenti fra loro diverſi. Uno di queſti movimenti è quello di traſporto, per cui il Corpo s' allontana dal ſito, ove è ſtato percoſſo. L' altro movimento è quello di rotazione, per cui il Corpo va girando, e rotandoſi intorno a un punto. Fra i diverſi caſi, che ſi hanno di tal fenomeno, uno molto ſingolare è quello, che ſi vede, allorchè ſul tavoliere del giuoco del Trucco col fendente della mano ſi percuote a piombo una palla verſo la quarta parte in circa del ſuo diametro, poichè dopo la percoſſa la palla s' allontana con moto di traſporto dal ſito, ov' è ſtata percoſſa, e dopo eſſerſi allontanata per un certo tratto retrocede, e ritorna verſo il ſito della ſua dipartenza in virtù del movimento di rotazione.

369 Negli effetti della collisione, che abbiamo finora esaminati, non si è considerato altro, se non se il movimento, quasi che questo fosse l' unico oggetto; ma occorre in molti casi, che il movimento, che si cerca di comunicare a un Corpo, è puramente un mezzo indispensabile per ottenere un altro effetto. Per esempio occorre dover far uso della collisione per conficcare, o appianare qualche Corpo. In simili casi non basta, che il Corpo percotente abbia quella determinata quantità di movimento, che si richiede per l' effetto ricercato, ma è necessario ancora, che la sua massa sia combinata in una tal quale proporzione colla velocità, affinchè in minor tempo s'ottenga quest' effetto, senza però rompere, fendere, o distruggere il Corpo passivo.

Debbono talvolta gli Architetti far piantare in terra grossi, e lunghi pali di legno per fabbricarvi sopra, o per costruire argini, e cose simili: in quest' operazione, se la massa di legno, che percuote il palo, è piccola, essa non ha forza bastante per conficcarlo, e, se questa massa si farà movere con gran-

de velocità, produrrà fessure nella testa del palo, e talora anche lo romperà trasversalmente per la sua lunghezza; ma se si produrrà la medesima quantità di movimento, che rompe il palo, coll' adoperare una gran massa, la quale percuota con velocità minore, allora il palo penetrerà nel terreno senza più rompersi, nè formarsi in esso fessure: se per conficcare i perni di ferro nell' albero delle gran ruote de' mulini, o d' altre macchine di tal fatta s' adoperano i soliti martelli dei ferraj pesanti libbre 25 in 30, mossi con gran velocità, la testa dei perni si schiaccia, e si formano in essa fessure, senza che questi s' inoltrino nell' albero, in vece, che, se s' adopererà una gran massa di peso, per esempio, libbre 500, sebbene la quantità di movimento, con cui questo martello percuote la testa dei perni, sia la stessa, nulladimeno i perni s' impianteranno senza guastarsi, e l' albero rinculerà, se non sarà fortemente arrestato.

I Ferraj, i Battiloro, e altri simili operaj nell' appianare, e assottigliare i metalli hanno l' avvertenza d' adoperare martelli pesanti, che movono con

poca velocità; poichè, ſe adoperaſſero martelli leggeri moſſi con gran velocità, le parti del metallo percoſſo nel ſito della colliſione ſi disgiungerebbero, e in vece di appianare queſti Corpi, o altrimenti manipolarli, gli romperebbero.

370 Gli effetti, che ſi vogliono conſeguire coi proietti dalle Artiglierie, ſono il diſtruggimento dei berſagli.

Per aver queſti effetti in un minor numero di colpi non baſta, che ciaſcun proietto abbia quella determinata quantità di movimento, che ſi richiede per diſgiungere, e rimovere dal proprio ſito le particelle coſtitutive dei berſagli, ma è neceſſario ancora di combinare la proporzione tra la maſſa, e la velocità del proietto; e di porre mente alla ſpeſſezza del Corpo percoſſo, preſa queſta ſecondo la direzione dell' urto. Per eſempio, ſe per atterrare una muraglia iſolata, e ſottile di mattoni, coſtrutta a dovere s' adoperino palle da libbre 32, le quali urtino colla velocità di piedi 800, ſi vedrà, che queſte perforeranno la muraglia ſenza ſcuoterla notabilmente, nè farle feſſure, e che ſarà neceſſario il

il tirar molti colpi per farla cadere a terra, in vece che, ſe ſi adopererà un peſante ariete, il quale urti con una velocità tale, che la ſua quantità di movimento ſia uguale a quella della palla ſuddetta, ſi vedrà la muraglia atterrata dall' ariete in un minor numero di colpi. Ma ſe lo ſteſſo ariete, e le medeſime palle s' adopreranno colla ſteſſa quantità di movimento contro d' una muraglia della medeſima qualità, e di grande ſpeſſezza, ſi vedrà, che rieſcono infruttuoſi i colpi dell' ariete, e che le palle producono buchi profondi, e dopo un certo numero di ſpari cominceranno a diroccare una parte del muro.

Finalmente, ſe le palle da libbre 32 urteranno con velocità notabilmente minore di piedi 800, minori ancora ſi oſſerveranno i loro effetti contro la muraglia di grande ſpeſſezza, la quale più non ſarà atterrata, nè feſſurata, ſe le palle urteranno in eſſa con velocità molto piccole.

371 Per conoſcere d' onde naſca la diverſità negli effetti ſuddetti, ſi chiami m la maſſa della palla, u la ſua velocità, mf la maſſa dell' ariete, n la

maſſa della muraglia percoſſa, e ſuppoſto, per eſempio, che tutti queſti Corpi ſiano duri, ſi rifletta, che la velocità, o il tremore, che l' ariete comunica al muro, è eſpreſſo per $\frac{mu}{mf+n}$ (§. 362). Di quì avviene, che queſta velocità ſarà grande nel muro ſottile, e ſminuirà a miſura, che ſarà maggiore il valore di n, il quale ſi ſuppone creſcere nella proporzione della ſpeſſezza del muro; e ſiccome per piegare, rompere, e diſunire le particelle coſtitutive d' un Corpo, e rimoverle dal loro ſito s' eſige una determinata forza, così ſi ſcorge, come la velocità, che nel muro ſottile è ſtata baſtante a ſcollegare, o in altro modo diſunire le parti del medeſimo, divenga inſufficiente per tal effetto, allorchè è ſminuita a un certo ſegno dalla maggior ſpeſſezza del muro.

372 Per quello, che riguarda le palle da Cannone, conviene oſſervare, che, quando la loro velocità è grande, eſſe nei berſagli ſottili diſgiungono ſolamente le parti, contro delle quali urtano, ſenza, dirò così, laſciar tempo a que-

ſte di comunicare il movimento alle altre parti non colliſe, dalle quali ſono ſtaccate. Una palla da Cannone moventeſi con gran velocità perfora nell'urto diretto un tavolato d'aſſi ſottili appeſo a una corda, ſenza quaſi moverlo, non oſtante che in tali circoſtanze ſia mobiliſſimo. Una palla da ſchioppo, percuotendo direttamente con gran velocità una laſtra di vetro, la pertugia ſenza nè meno feſſurarla, malgrado la grande frangibilità del vetro. Ma, quando s'accreſce la ſpeſſezza nei detti berſagli, ſi cominciano ad oſſervare ſcuotimento, feſſure, e altre diſgiunzioni anche fuori del ſito percoſſo, e creſcono queſti effetti a miſura, che la ſpeſſezza è maggiore, dimodochè, quando queſta è accreſciuta a ſegno, che il berſaglio più non può eſſere perforato da parte a parte dalle palle, allora le feſſure, e altre ſomiglianti diſgiunzioni ſi manifeſtano grandiſſime.

Avendo pertanto preſenti queſti fatti coſtanti ſi rifletta, che nelle muraglie ſottili la maſſa percoſſa dalle palle più non deę eſſere eſpreſſa per *n*, ma

ſolamente per una porzione $\frac{n}{q}$, la quale nell' eſſere diſgiunta dalle parti reſtanti $n - \frac{n}{q}$ o non comunica loro movimento ſenſibile, o pure, ſe comunica un qualche movimento, la velocità è tanto piccola, che non baſta per produrre diſgiunzioni nella rimanente maſſa $n - \frac{n}{q}$: di quì naſce la neceſſaria moltiplicità di ſpari per diſtruggere la rimanente porzione di muro $n - \frac{n}{q}$, ſpecialmente quando non ſi procura di reciderla verſo il piede; ma ſe la ſpeſſezza della muraglia comincerà a creſcere, ſiccome in queſto caſo creſce anche il valore di n in proporzione della maggiore ſpeſſezza, e che nel tempo ſteſſo ſminuiſce quello di q a ſegno d' uguagliare l' unità, quando la palla più non perfora il muro da parte a parte, così la velocità $\frac{mu}{m+n}$, che la palla comunica al muro, o alle ſue parti percoſſe, ſarà maggiore della velocità

$\frac{m u}{m f + n}$ comunicata dall' ariete al muro. Per la qual cosa, finchè la velocità $\frac{m u}{m + n}$ sarà maggiore di quella, che si richiede per disunire le parti costitutive del muro, la palla s' inoltrerà in questo, e si produrranno anche delle fessure, e degli slegamenti lateralmente al buco, a misura che la velocità della palla diverrà minore coll' inoltrarsi nel bersaglio; ma quando questa diminuzione sarà giunta a segno, che la velocità $\frac{m u}{m + n}$ comunicata successivamente alle particelle costitutive del muro sarà minore di quella, che si richiede per disunire, e rompere, allora l' effetto della palla si ridurrà a un semplice tremore, che ecciterà nel muro.

La medesima formola $\frac{m u}{m + n}$ fa vedere, che, se dopo avere accresciuta la spessezza della muraglia a segno, che più non sia perforata da parte a parte dalle palle, s' accrescerà ancora questa spessezza, in tali circostanze la velocità

$\frac{m u}{m + n}$ diverrà ancora minore; onde il muro dovrà eſſere diſtrutto con un maggior numero di ſpari.

373 Dall' antecedente paragrafo ne conſegue.

1.° Che, quando i berſagli ſono ſottili, ſi diſtruggono più facilmente, ſparando le Artiglierie con cariche tenui, e minori aſſai delle ordinarie di fazione, o pure berſagliando in direzioni obblique.

2.° Che, quando i berſagli hanno una grande ſpeſſezza, ſi diſtruggono più preſto, ſparando le Artiglierie con quelle cariche, le quali comunicano la velocità maſſima alla palla.

3.° Che, quando o per la qualità del berſaglio di ſua natura molto reſiſtente, come ſono i ſaſſi di pietra viva, o per la gran diſtanza, in cui ſi ſparano le Artiglierie, le palle urtano con una velocità inſufficiente a produrre diſgiunzioni, il berſaglio rieſce impenetrabile. Queſto ſecondo caſo ſi è già fatto notare nel libro terzo dell' Architettura Militare, perchè è di grand' importanza in certe circoſtanze della Fortificazione difenſiva.

374 Essendosi dimostrato (§. 372), che, quando la palla ha tanto di forza, che la velocità, che comunica alle parti percosse d' un bersaglio, è idonea a disgiungerle, e rimoverle dal loro sito, si produce un buco più, o meno profondo a misura, che la materia costitutiva del bersaglio è diversamente resistente; rimane ora da esaminare in quale proporzione riescano questi buchi.

Per istabilire una teoria semplice intorno le immersioni delle palle, e bombe nei bersagli penetrabili convien supporre, che il Corpo penetrato sia omogeneo in tutte le sue parti, e privo di elasticità sensibile. In queste supposizioni la resistenza, che in ciaschedun istante il Corpo percosso oppone alla palla, che in esso s' introduce, è uniforme, e costante, come lo sono le pressioni della gravità terrestre: quindi è, che, se si sparerà un' arma contro un bersaglio, che abbia le mentovate qualità, la palla nel penetrare in queste materie si moverà con moto uniformemente ritardato, e l' intera sua immersione sarà espressa per lo spazio scorso = S in questa specie di

movimento (§. 281), cioè $S = \frac{u^2}{2p}$, nella qual formola u esprime la velocità, con cui la palla urta il bersaglio, e p addita la resistenza istantanea, e uniforme del bersaglio.

Se la resistenza p d' un bersaglio uguagliasse la pressione della gravità, ch' è stata espressa per 19 piedi (§. 283), sarebbe $S = \frac{u^2}{38}$; ma perchè nei bersagli, contro i quali si sparano le armi da fuoco, la resistenza è maggiore, così, se supporrassi, che questa resistenza sia f volte la pressione della gravità, s'avrà $S = \frac{u^2}{38f}$, la qual formola risolta in analogia dà $S : \frac{u^2}{38} = 1 : f$, cioè l' immersione $= S$ della palla nel bersaglio stà allo spazio scorso $= \frac{u^2}{38}$ nel moto uniformemente ritardato della gravità reciprocamente, come la pressione della gravità espressa per l' unità stà alla resistenza del bersaglio.

Per rendere generale queſt' eſpreſ-ſione, affinchè ſerva per le palle di qualſivoglia calibro, purchè ſiano della medeſima materia, e ugualmente denſe, ſi chiami D il diametro d' una palla, l' azione della ſua gravità ſarà proporzionale al peſo d' un ſolido della medeſima materia, il quale ha per baſe D^2, e per altezza $\frac{2}{3}$ D (additando anche $\frac{2}{3}$ D la preſſione iſtantanea della gravità). Così ancora la reſiſtenza iſtantanea, che il berſaglio oppone al movimento della palla, ſarà proporzionale al peſo d' un ſolido dell' iſteſſa materia della palla, il quale ha per baſe D^2, e per altezza il n.° f. Avremo per tanto $\frac{2}{3} D^3 : f D^2 = \frac{2}{3} D : f = 1 : f$; ma $1 : f = S : \frac{u^2}{38}$, adunque ſarà $\frac{2}{3} D : f = S : \frac{u^2}{38}$, e quindi $\frac{D u^2}{57} = f S$, e ſcancellando il coſtante numero 57 ſarà $D u^2 = f S$, formola generale per trovare la proporzione fra le immerſioni delle palle di diverſo calibro nello

ſteſſo berſaglio, e in altri berſagli diverſamente reſiſtenti, la quale ſi ridurrà a queſt' altra $Du^2 = S$, allorchè ſi tratterà di palle ſparate contro lo ſteſſo berſaglio.

375 Dalla formola generale $fS = Du^2$ ſi ricava adunque;

1.° Che le immerſioni delle palle nel medeſimo berſaglio ſono come i diametri d' eſſe palle, allorchè le velocità ſono uguali.

2.° Che, variando le velocità, le immerſioni delle palle di medeſimo calibro ſono nella ragion duplicata delle velocità.

3.° Che, ſe ſaranno uguali i diametri, e le velocità, le immerſioni nei berſagli diverſi ſaranno nella ragion reciproca delle reſiſtenze.

E così ſi potranno ricavare ancora altri teoremi dall' addotta formola.

Se per mezzo di qualche ſperienza ſarà cognita l' immerſione d' una palla di noto diametro, la quale ha urtato il berſaglio con una data velocità, ſi potranno colla formola trovare le immerſioni delle palle di differente calibro nello ſteſſo berſaglio, purchè ſia

cognita la loro velocità, e all' oppoſito.

Per eſempio una palla del calibro di libbre 2, avendo urtato un terrapieno colla velocità di piedi 900, ſi è immerſa piedi 4, ſi cerca a quale profondità s' immergerà nello ſteſſo terrapieno una palla da libbre 64, che urti colla velocità di piedi 800.

Dalla Geometria ſi ha, che i diametri delle due palle ſono come 5 : 16 in circa, e poichè le velocità ſono come 9 : 8, ſaranno le immerſioni come $5 \times 9 \times 9 : 16 \times 8 \times 8 = 405 : 1024$; ma l' immerſione della palla da libbre 2 è ſtata di piedi 4, adunque ſarà $405 : 1024 = 4 : \frac{4 \times 1024}{405} =$ piedi $10 \frac{1}{9}$ l' immerſione ricercata della palla da libbre 64.

376 Conviene quì notare, che, nell' applicare la detta formola alla pratica, i riſultamenti corriſpondono con ſufficiente approſſimazione, ſe il berſaglio ſarà molto penetrabile, o la differenza nei diametri delle palle non ſarà molto grande; ma in caſo contrario, ſiccome la palla dal principio, che tocca il

bersaglio, finchè siasi inoltrata per la sua metà, accresce di continuo la superficie del contatto, la quale per altro nel costruire la formola abbiamo espressa per la costante D², perciò tal cosa riesce notabile nelle specificate circostanze, e altera la proporzione nelle immersioni. Se i proietti dalle Artiglierie fossero di figura cilindrica, e che questi urtassero sempre per la base, le immersioni corrisponderebbero in qualsivoglia circostanza alla formola, eccettuatene alcune piccole alterazioni prodotte dal condensamento, che fa la materia del bersaglio avanti il Corpo penetrante poco prima, che termini il suo movimento; poichè, finchè questo è rapido, il Corpo penetrante trita, e disgiunge le parti in modo, che non lascia nelle muraglie, e nei terrapieni vestigia sensibili di condensamento.



FINE DELLA DINAMICA.

INDICE

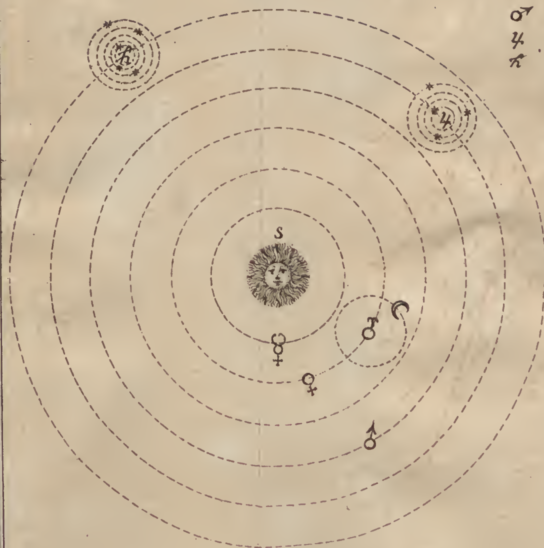
Delle materie contenute in questo primo tomo.

DELLA STATICA 161

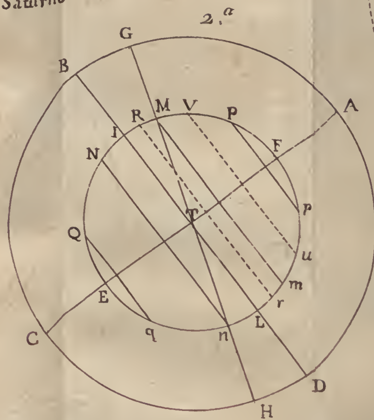
DELLA DINAMICA 261

S Sole
☿ Mercurio
♀ Venere
♁ Terra
☾ Luna
♂ Marte
♃ Giove
♄ Saturno

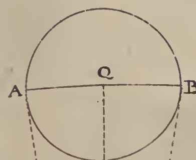
Fig. 1.ª

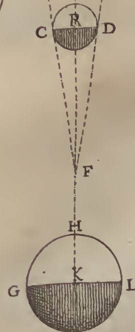


2.ª

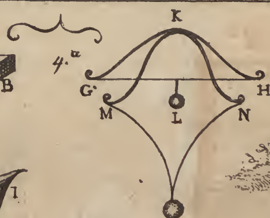


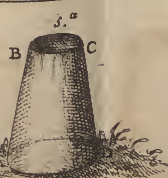
3.ª





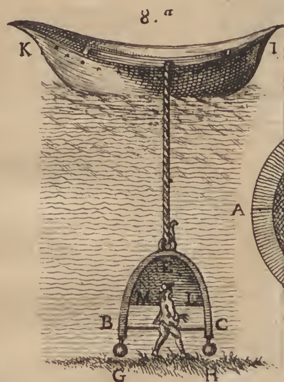

F
C
D
A
B

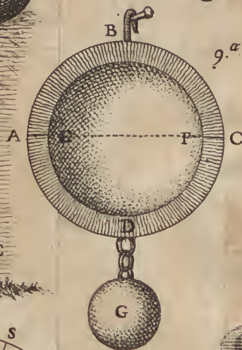

4.ª
K
G
H
M
L
N

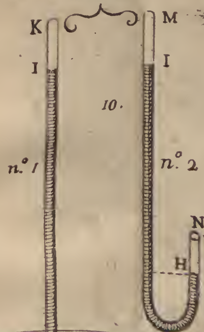

5.ª
B
C

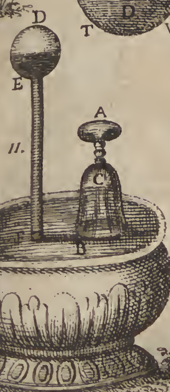

M
K
G
E
F
6.ª
H
I

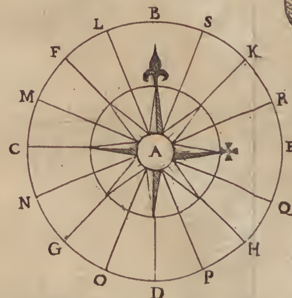

A
N
7.ª
P
Q
R
D
T
V


8.ª
K
I
M
L
B
C
G
H


B
9.ª
A
E
F
C
D
G


K
M
I
I
10.
n.º 1
n.º 2
N
H

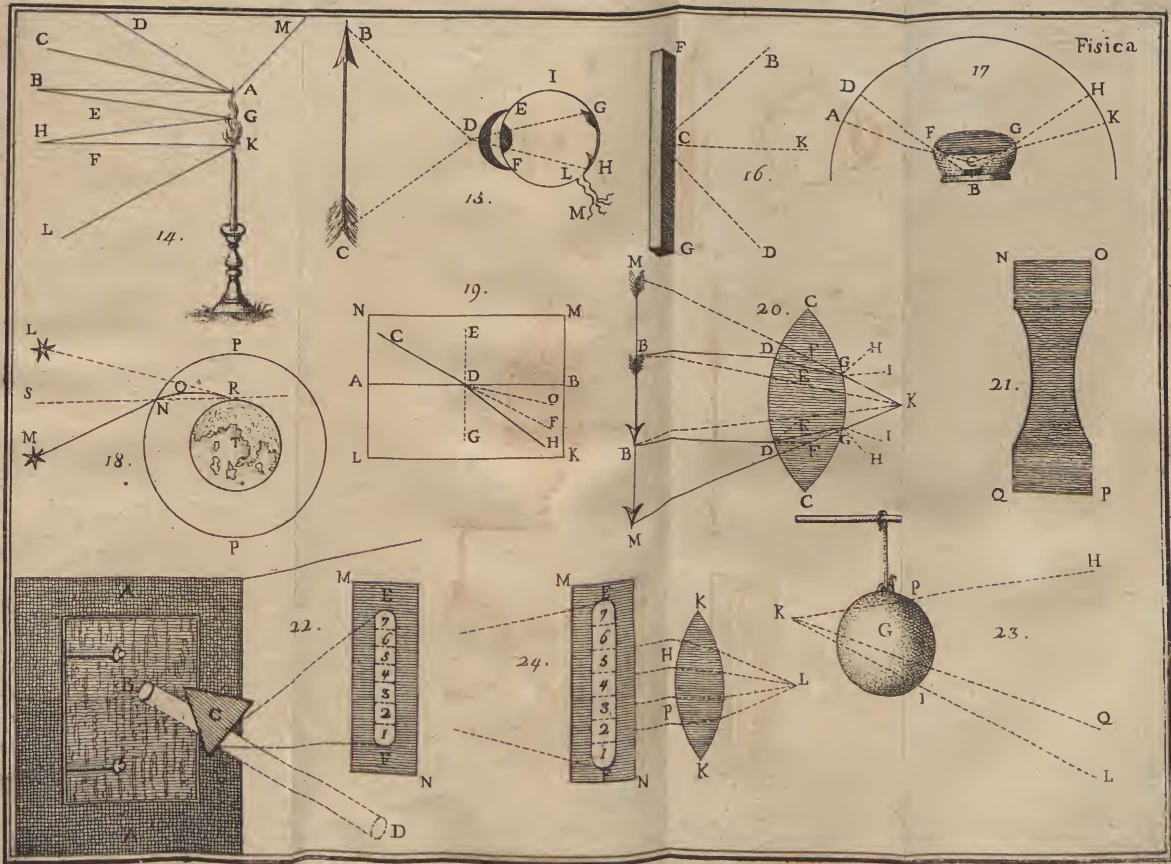

D
E
A
11.
C
F
B

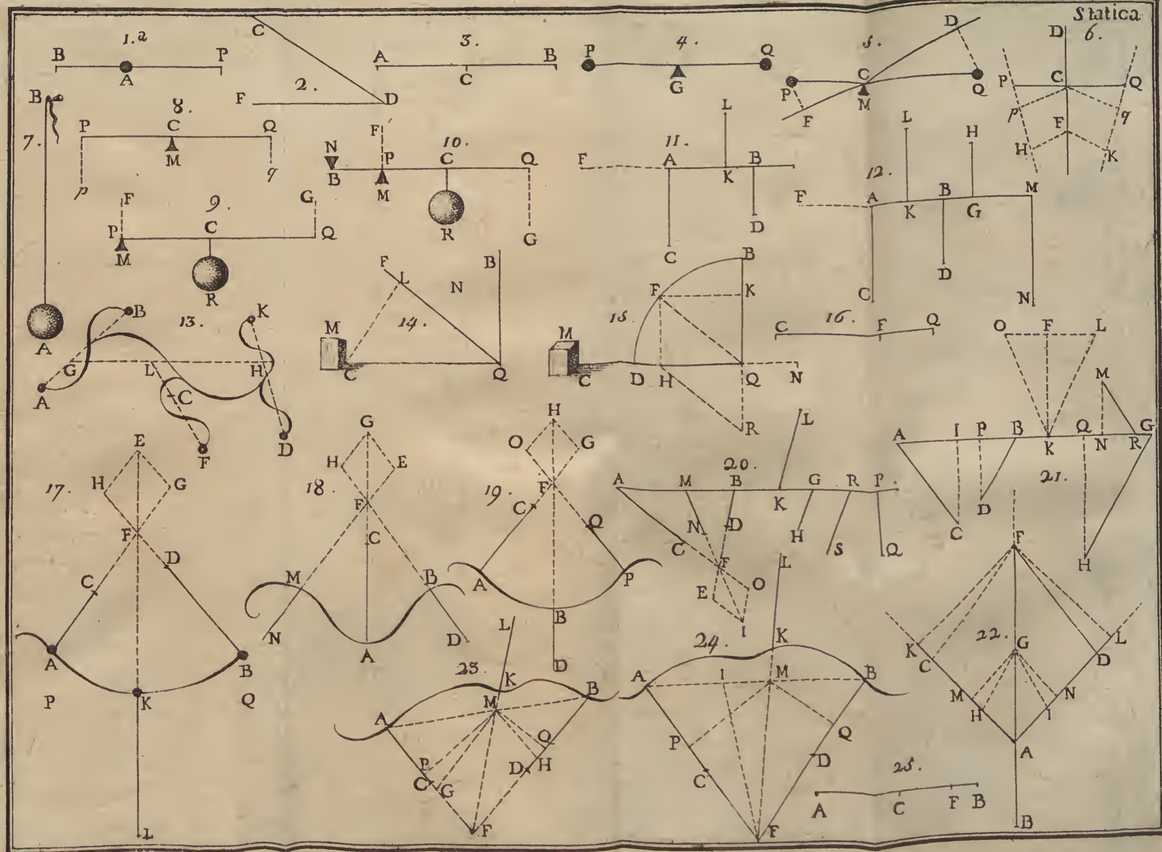

B
L
S
F
K
M
R
C
A
E
13.
N
Q
G
H
O
P
D


H
L


H
K
12
M
L
G
N

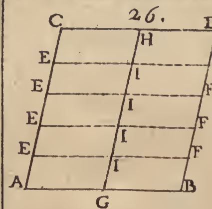


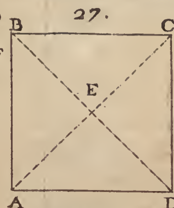

Fisica
14.
15.
16.
17
18.
19.
20.
21.
22.
23.
24.
7 6 5 4 3 2 1

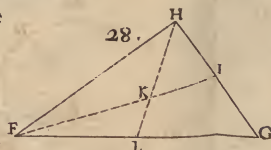

Statica

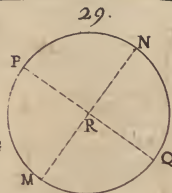


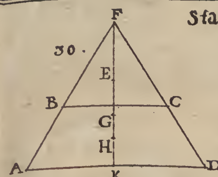
Statica

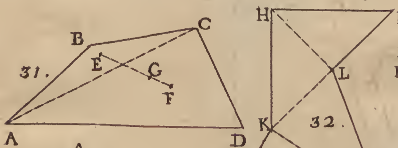

26.
C D H E F I A G B

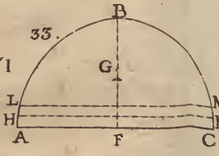

27.
B C E A D


28.
H I K F L G

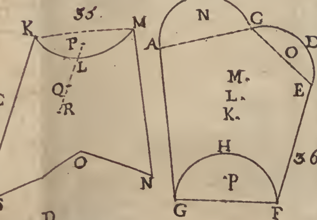

29.
P N R M Q

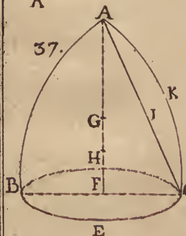

30.
F E B C G H A K D

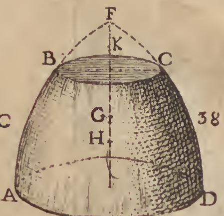

31.
B C E G F A D


33.
B G L M H K A F C

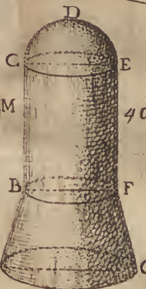

34.
D F B C G H A E

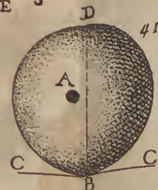

35.
K M P L Q R O N S
36.
B N G A D O M L K E H P G F


37.
A K G I H B F C E

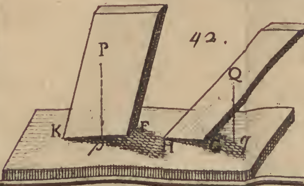

38.
F K B C G H A D

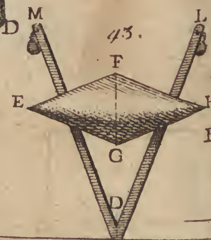

32.
H I L K N M
39.
I S K Q P R E N O M

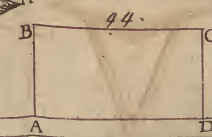

40.
D C E B F A G

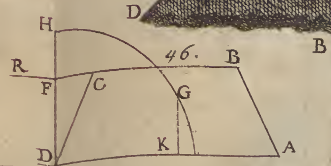

41.
D A C C B


45.
C A G F D B

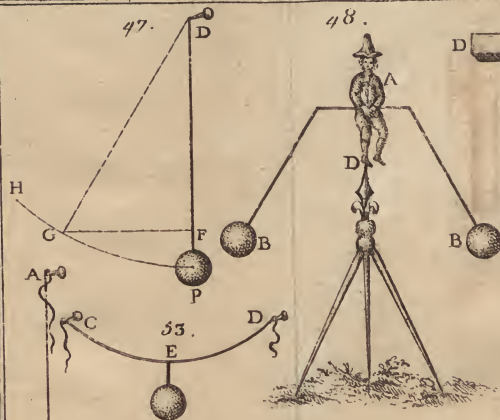

42.
P Q K F H G

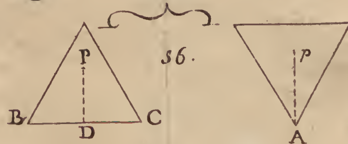

43.
M L F E H G D

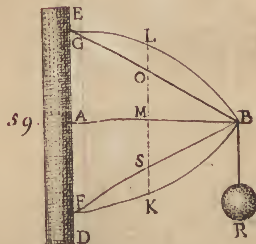

44.
B C A D

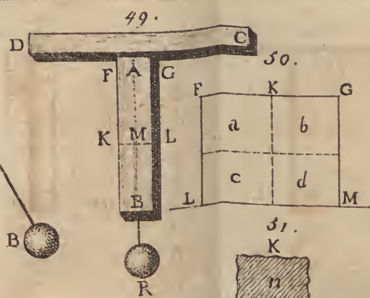

46.
H R B F C G D K A

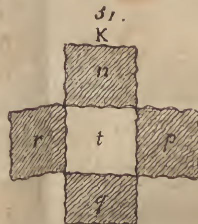


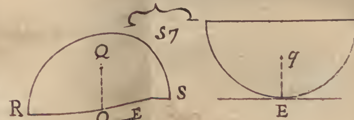

47.
D
H
G
F
P
48.
A
D
B
B
A
C
D
53.
E
B

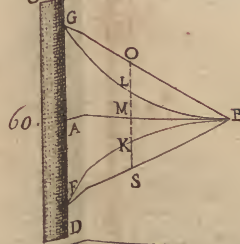

56.
P
B
D
C
p
A

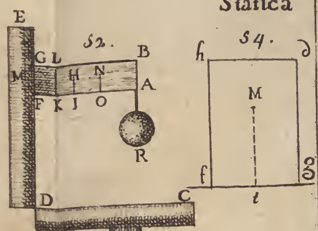

E
G
L
O
59.
A
M
B
S
F
K
D
R

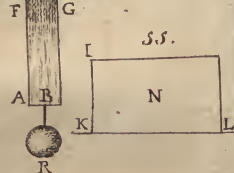

49.
D
C
F
A
G
K
M
L
B
R
50.
F
K
G
a
b
c
d
L
M

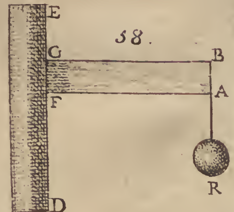

51.
K
n
r
t
p
q


57
Q
R
S
O
q
E

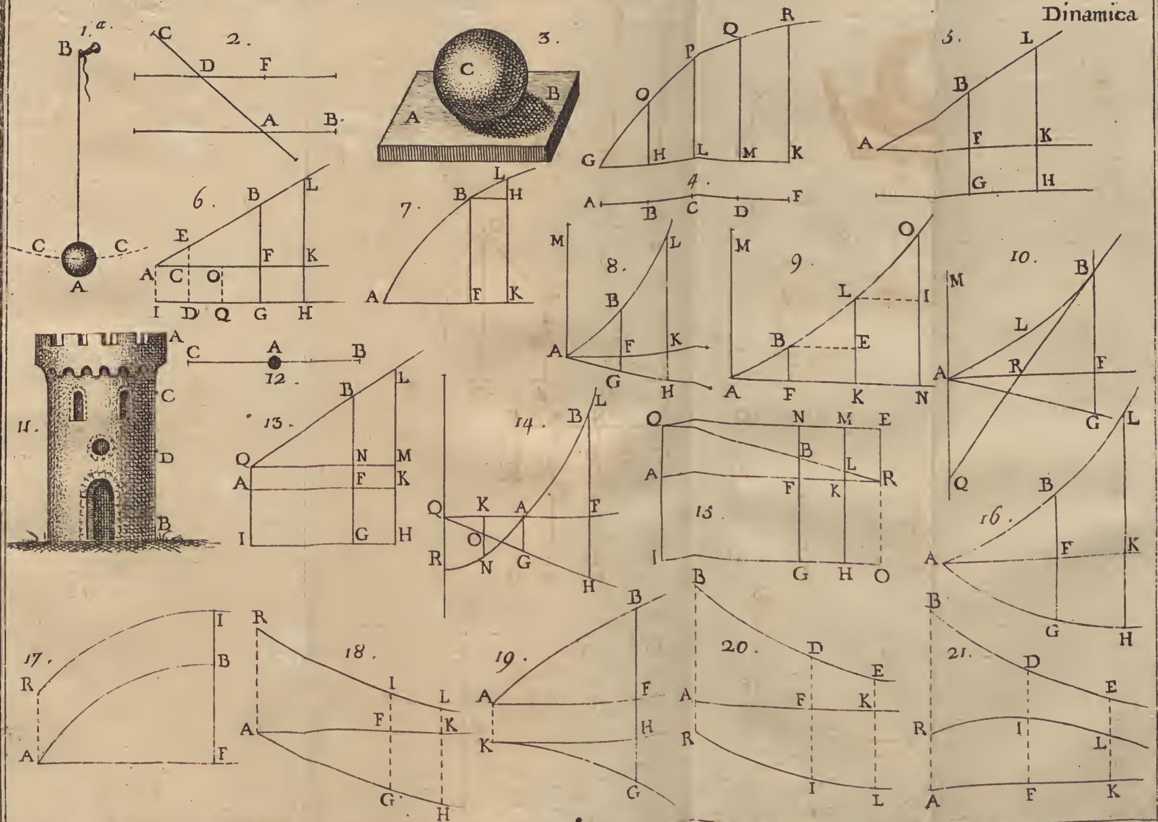

E
G
O
L
M
60.
A
B
K
F
S
D


E
G L
52.
B
M
H
N
A
F K J O
R
D
C
54.
h
d
M
f
g
i


F
G
A
B
R
55.
N
K
L

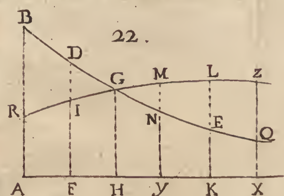

E
58.
G
B
A
F
R
D

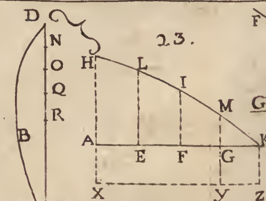


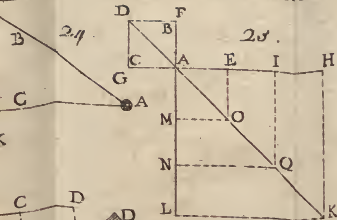

Dinamica
1. a.
2.
3.
4.
5.
6.
7.
8.
9.
10.
11.
12.
13.
14.
15.
16.
17.
18.
19.
20.
21.

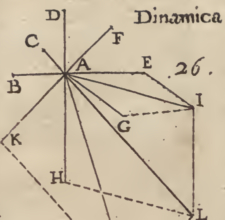


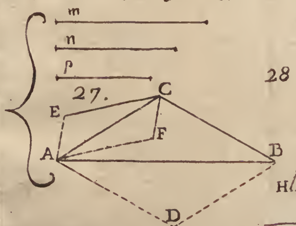
Dinamica

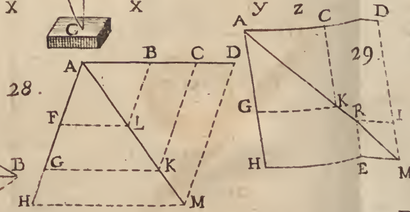

22.
B
D
G
M
L
z
R
I
N
E
Q
A
F
H
y
K
X

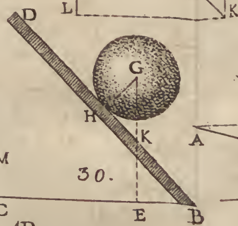

23.
D
C
N
O
Q
R
B
C
H
L
I
M
A
E
F
G
K
X
y
z

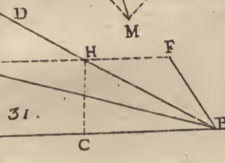

24
F
B
G
G
C
A
25.
D
F
B
C
A
E
I
H
M
O
N
Q
L
K

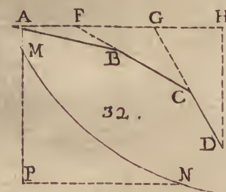

26.
D
C
F
A
E
B
I
G
K
H
L
M

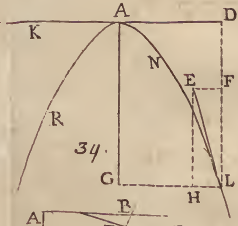

m
n
p
27.
C
E
F
A
B
D

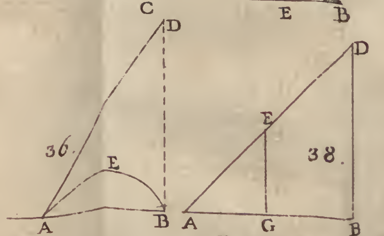

28.
A
B
C
D
F
L
G
K
H
M
29.
A
C
D
G
K
R
I
H
E
M

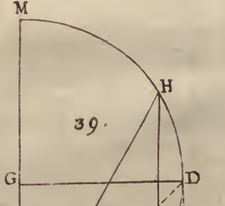

D
G
H
K
30.
C
E
B

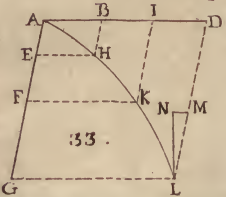

D
H
F
A
31.
B
C

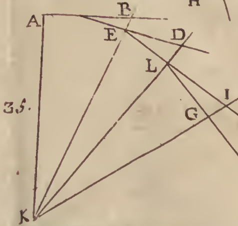

A
F
G
H
M
B
C
32.
D
P
N

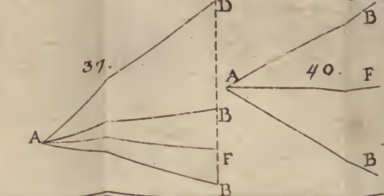

A
D
K
N
E
F
R
34.
G
H
L

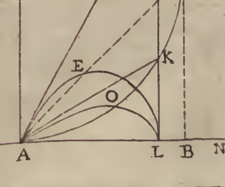

D
36.
E
A
B
D
E
38.
A
G
B

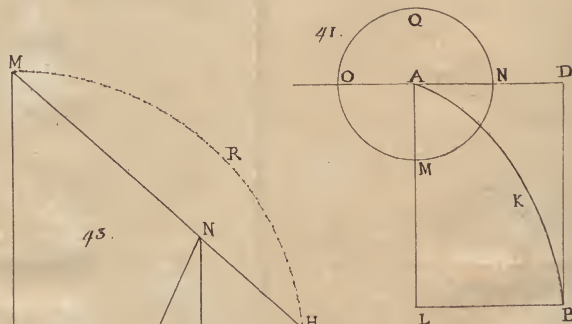

M
H
39.
G
D

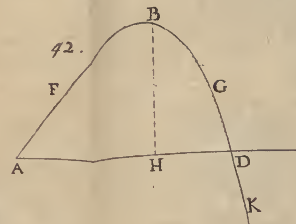

A
B
I
D
E
H
F
K
N
M
33.
G
L

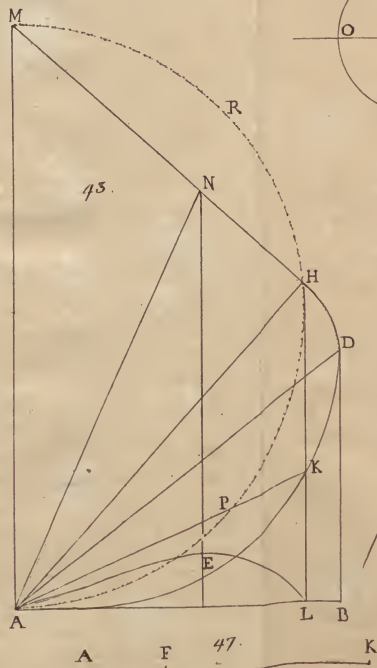

A
B
E
D
L
35.
I
G
K

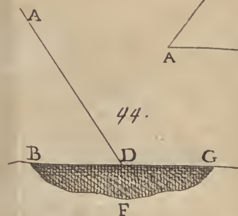

D
37.
A
B
F
B
B
A
40.
F
B

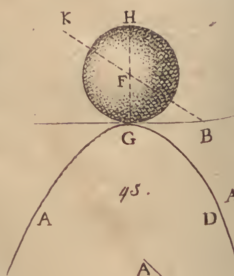

E
K
O
A
L
B
N

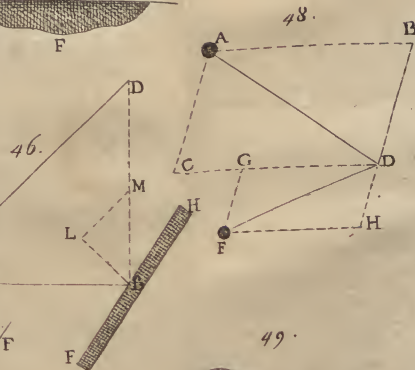

41.
Q
O
A
N
D
M
K
L
B

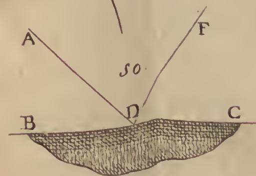

42.
B
F
G
A
H
D
K

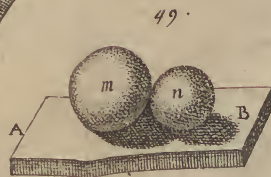

43.
M
R
N
H
D
K
P
E
A
L
B
47.
A
F
K


44.
A
B
D
G
F


K
H
F
G
B
45.
A
D


46.
D
M
L
A
H
F
48.
A
B
C
G
D
F
H


50.
A
F
B
D
C


49.
m
n
A
B



